Color est e pluribus unus

corso di Matematica

prof. Claudio Desiderio

Modulo 2: Il gioco dei Limiti

Funzioni reali di variabile reale

Parte A: limiti

Unita' 1 C : limiti di funzioni irrazionali

- **Osservazioni sulla radice di x^2 !**
- **Forma indeterminata piu' infinito meno infinito**
- **Alcuni esempi**

"Non accontentarti di restare nel GRIGIO per paura del NERO, ma punta dritto al BIANCO..
e tuffati dentro!
Entra nel vortice.. quindi, rallenta:
ritroverai tutti i COLORI
e farai splendere sempre la tua Vita!!"

IL CASO DELLE FUNZIONI IRRAZIONALI

N.B. $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & \text{SE } x \to +\infty \\ -x & \text{SE } x \to -\infty \end{cases}$

EX. $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2-3x}}{3x-1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2}}{3x} =$

$= \lim_{x\to-\infty} \frac{2|x|}{3x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-2\cancel{x}}{3\cancel{x}} = -\frac{2}{3}$

EX. $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{9x^2-x}-2x}{4-5x} \quad \left[\frac{+\infty-\infty}{\infty}\right] =$

$= \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{9x^2}-2x}{4-5x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-3x-2x}{4-5x} =$

$= \lim_{x-\infty} \frac{-5x}{-5x} = 1$

$\sqrt{9x^2} = 3\sqrt{x^2} =$

$3|x| \begin{cases} -3x \\ +3x \end{cases}$

PROVACI TU...

EX

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-2x}{3x+1} = -\frac{2}{3}$

UN CASO PIÙ DIFFICILE

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1} - \sqrt{4x^2+x}}{\sqrt{9x^2-9} + 3x - 1} = \left[\frac{+\infty - \infty}{+\infty - \infty}\right]$$

SE LO RISOLVIAMO CON LA "LEGGE DEL PIÙ FORTE" ...

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{4x^2} - \sqrt{4x^2}}{\sqrt{9x^2} + 3x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-2x+2x}{-3x+3x} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

$$\sqrt{4x^2} = 2|x| = -2x \quad (x \to -\infty) \qquad \sqrt{9x^2} = -3x \quad (x \to -\infty)$$

QUESTA STRADA NON È PERCORRIBILE!

OCCORRE TROVARE UN'ALTRA VIA...

POSSIAMO PROVARE A RAZIONALIZZARE CREANDO SOMME PER DIFFERENZE E QUINDI DIFFERENZE DI QUADRATO

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1} + \sqrt{4x^2+x}}{\sqrt{4x^2-1} + \sqrt{4x^2+x}} \cdot \frac{\sqrt{4x^2-1} - \sqrt{4x^2+x}}{\sqrt{9x^2-9} + (3x-1)} \cdot \frac{\sqrt{9x^2-9} - (3x-1)}{\sqrt{9x^2-9} - (3x-1)}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{\cancel{4x^2} - 1 - \cancel{4x^2} - x}{\underbrace{\sqrt{4x^2 - 1}}_{-2x} + \underbrace{\sqrt{4x^2 + x}}_{-2x}} \cdot \frac{\overbrace{\sqrt{9x^2 - 9}}^{-3x} - \overbrace{(3x - 1)}^{-3x}}{9x^2 - 9 - (3x - 1)^2}$$

$$\cancel{9x^2} - 9 - \cancel{9x^2} + 6x - 1$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \underbrace{\frac{-1 - x}{-4x}}_{\to \frac{1}{4}} \cdot \underbrace{\frac{-6x}{6x - 10}}_{\to -1} =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (-1) = -\frac{1}{4}$$

E ADESSO PROVACI TU...

1) $$\lim_{x \to +\infty} \frac{4x - 1 - \sqrt{16x^2 - x}}{\sqrt{25x^2 + 10x} - 5x}$$

2) $$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 - 1} - 3x}{x - \sqrt[2]{x^2 + 4x}}$$