ESEMPIO STUDIO DI FUNZIONE

RAZIONALE FRATTA (CON ASINTOTO OBLIQUO)

1) $f(x) = \dfrac{x^2+x}{x+2}$

1. RICERCA DEL DOMINIO: DENOMINATORE $\neq 0$

C.E. $x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$

$D =]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$

2. EVENTUALI SIMMETRIE

$f(-x) = \dfrac{x^2-x}{-x+2} \neq \pm f(x)$ NÈ PARI NÈ DISPARI

3. INTERSEZIONI CON GLI ASSI

$\cap \vec{y} \begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{x^2+x}{x+2} \end{cases} \Rightarrow y = \dfrac{0+0}{0+2} \Rightarrow y=0$

$A(0;0)$

$\dfrac{N(x)}{D(x)} = 0 \Longleftrightarrow N(x)=0$

$\cap \vec{x} \begin{cases} y=0 \\ y=\dfrac{x^2+x}{x+2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x^2+x}{x+2} = 0 \Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0$

$x=0 \vee x=-1 \Rightarrow B \equiv A \equiv (0;0)$

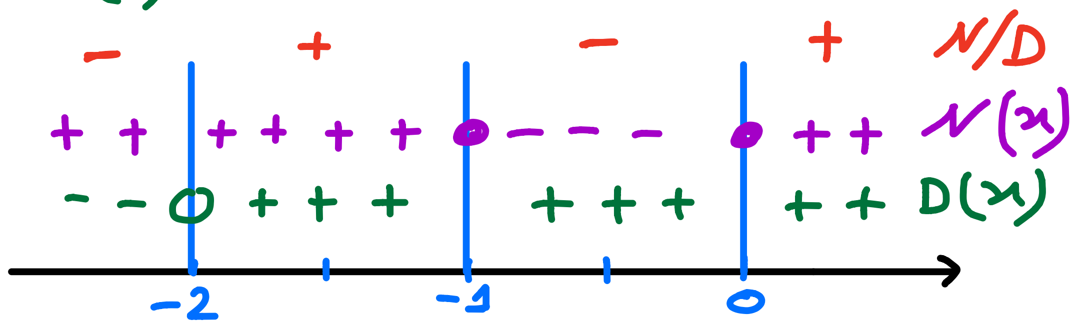
$C \equiv (-1;0)$

4. STUDIO DEL SEGNO DELLA FUNZIONE

$f(x) \geq 0$ $\qquad \dfrac{x^2+x}{x+2} \geq 0$

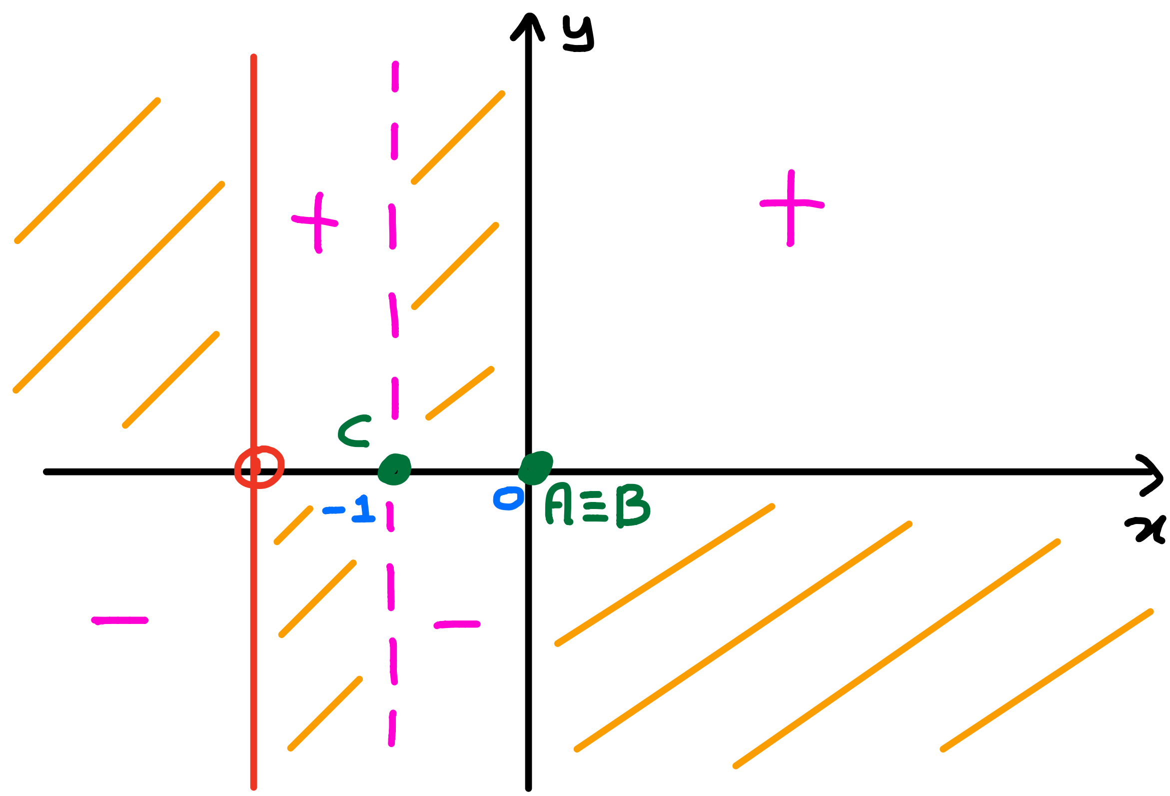
$N(x) \geq 0 \Rightarrow x^2+x \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \vee x \geq 0$

$D(x) > 0 \Rightarrow x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$



$f(x) \geq 0$ IN $]-2;1[\cup [0;+\infty[$

5. PRIMO APPROCCIO AL GRAFICO:



6. RICERCA DEGLI ASINTOTI

ATTRAVERSO I LIMITI AGLI ESTREMI DEL C.E.

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 2}$$

$$D =]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$$

$$\lim_{x \to -2^{\mp}} \frac{x^2 + x}{x + 2} = \left[\frac{6}{0^{\mp}}\right] = \mp \infty \Rightarrow x = -2$$

ASINTOTO VERTICALE

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x}{x + 2} = \infty \to y = mx + q$$

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^2 + x}{x + 2}}{x} =$$

BASTA MOLTIPLICARE IL DENOMIN. PER X

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + x}{x^2 + 2x} = 1 \qquad m = 1$$

m.c.m.

$$q = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - x}{x + 2} - 1x\right) =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{\cancel{x^2} + x - \cancel{x^2} - 2x}{x + 2} = \lim_{x \to \infty} \frac{-x}{x + 2} = -1 \qquad q = -1$$

UN METODO INTERESSANTE PER LA RICERCA DELL'ASINTOTO OBLIQUO

TRAMITE LA DIVISIONE DEI POLINOMI

$$\begin{array}{rrr|l}
x^2 & +x & +0 & x+2 \\ \cline{4-4}
-x^2 & -2x & & \boxed{x-1} \\ \hline
// & -x & +0 & \\
 & +x & +2 & \\ \hline
 & // & +2 &
\end{array}$$

L'EQUAZIONE DELL'ASINTOTO OBLIQUO È:

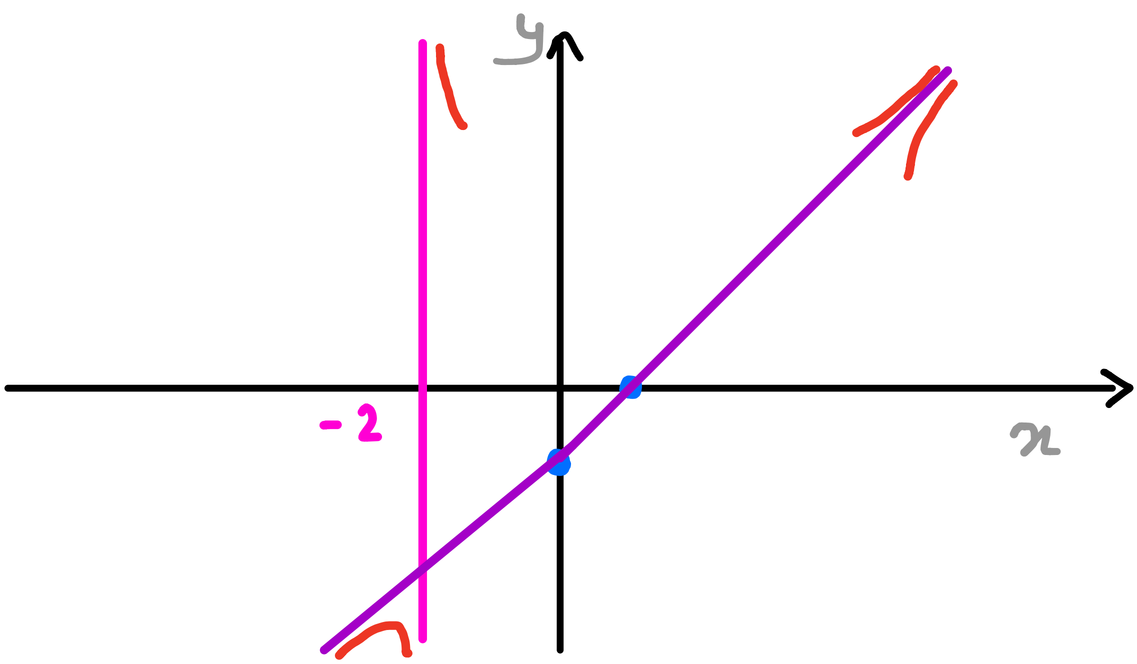
$y = x - 1$

DISEGNAMO I 2 ASINTOTI:

$x = -2$ VERTICALE

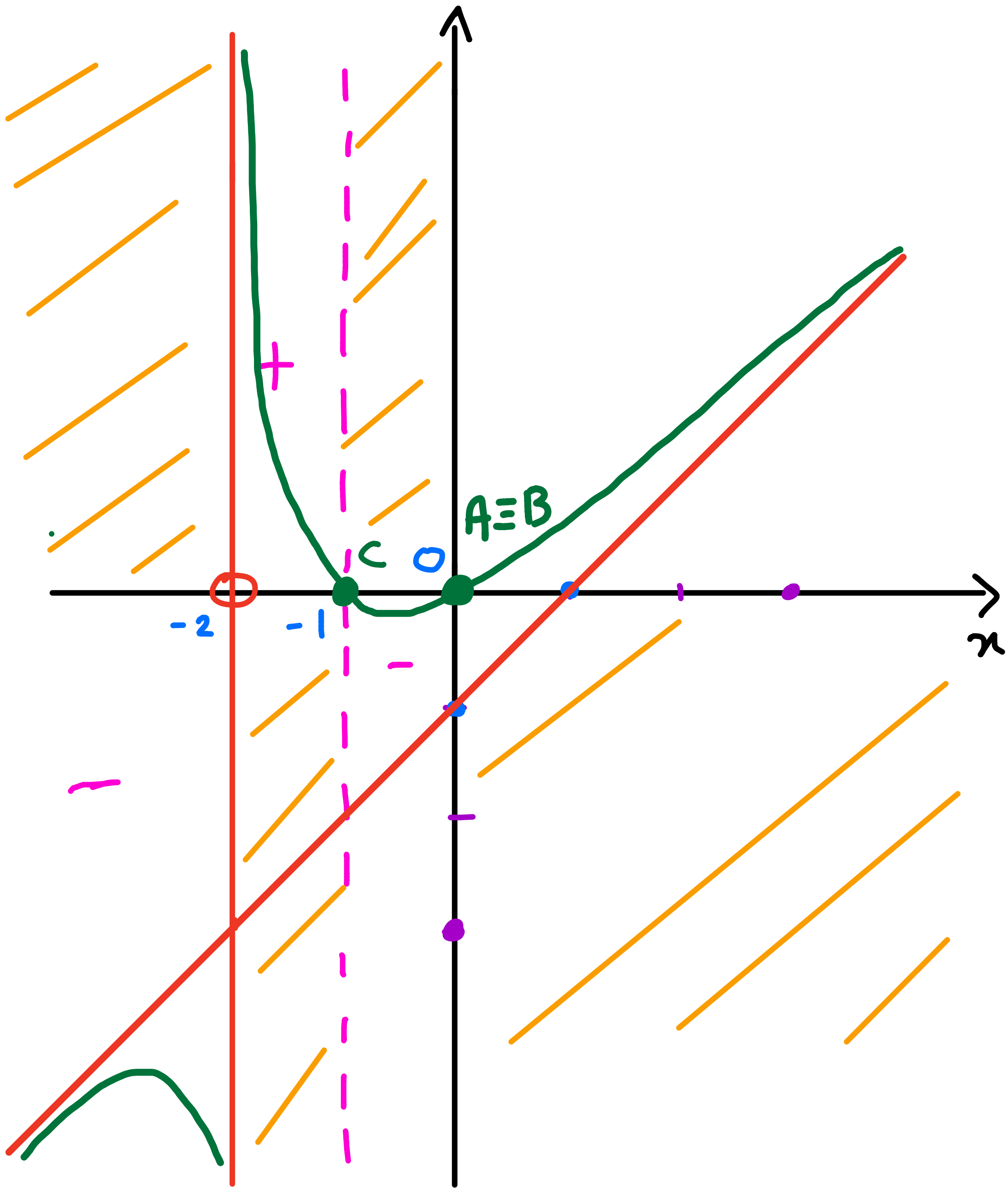
$y = x - 3$ OBLIQUO

x	y
0	-1
1	0



7. GRAFICO PROBABILE

METTENDO INSIEME TUTTE LE INFORMAZIONI OTTENUTE:

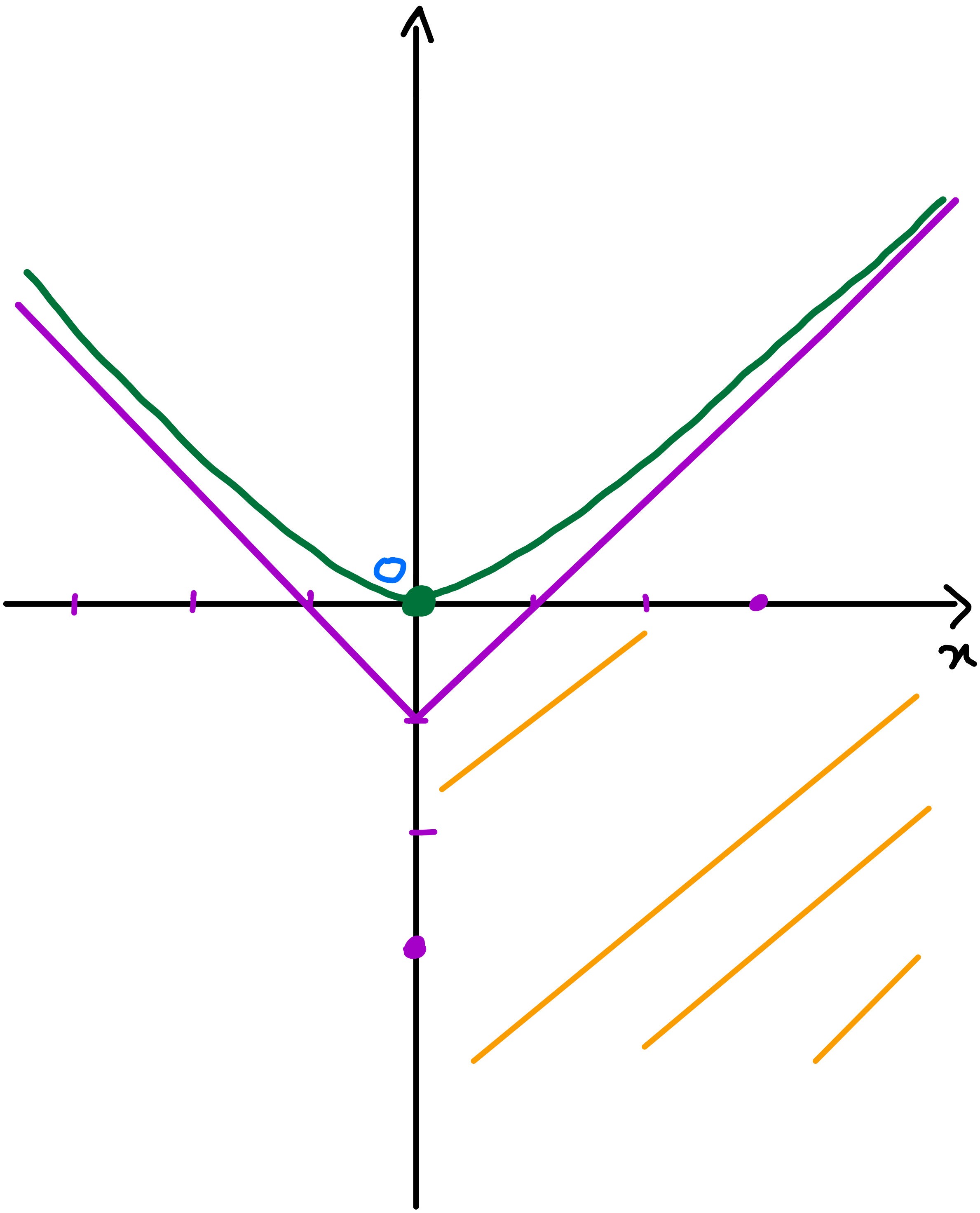


EX. FUNZIONE 6

$$f(x)=\frac{x^2+|x|}{|x|+2}$$

FUNZIONE PARI

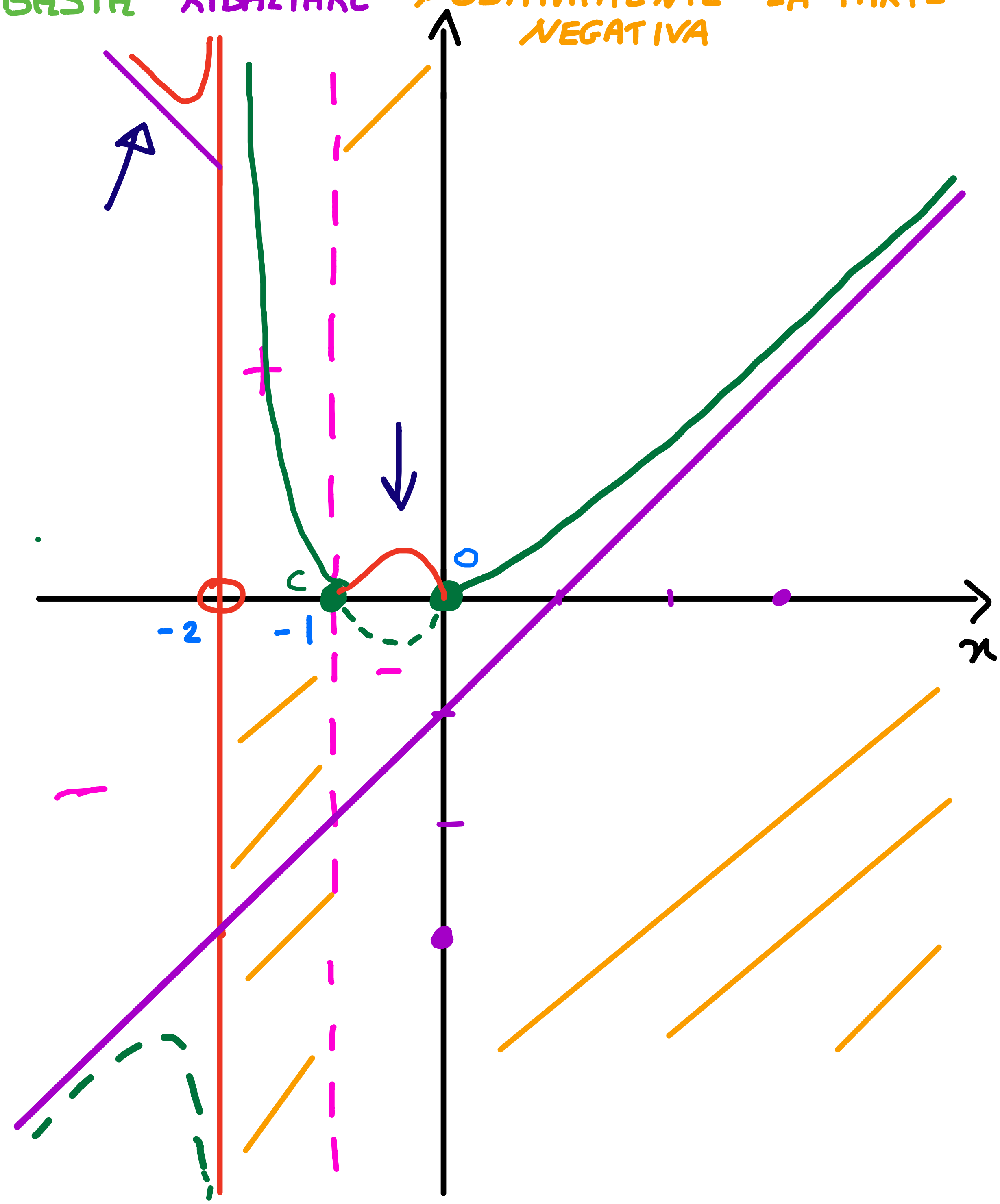
SIMMETRICA RISPETTO ALL'ASSE y



ESEMPIO FUNZIONE 7

$$y = \left| \frac{x^2+x}{x+2} \right| \qquad y = |f(x)|$$

BASTA "RIBALTARE" POSITIVAMENTE LA PARTE NEGATIVA



EX. FUNZIONE 8

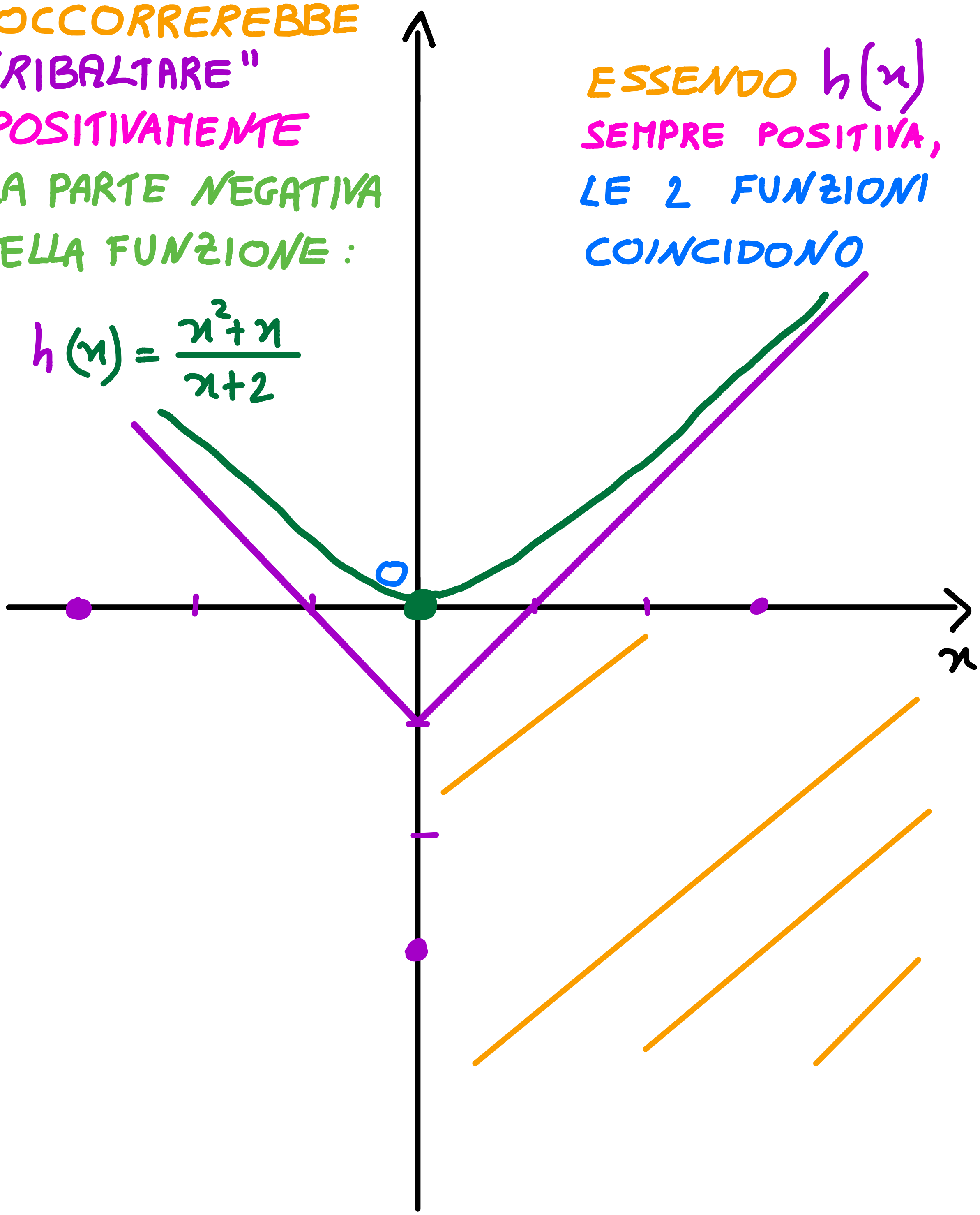
$$f(x) = \left| \frac{x^2 + |x|}{|x| + 2} \right|$$

FUNZIONE PARI
SIMMETRICA RISPETTO ALL'ASSE y

OCCORREREBBE "RIBALTARE" POSITIVAMENTE LA PARTE NEGATIVA DELLA FUNZIONE:

$$h(x) = \frac{x^2 + x}{x + 2}$$

ESSENDO $h(x)$ SEMPRE POSITIVA, LE 2 FUNZIONI COINCIDONO



Studi di funzioni razionali fratte

con grafico probabile fino alla ricerca degli asintoti e con simmetrie particolari

PROVACI TU...

1. $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2-x-2}$ CON ASINTOTO ORIZZONTALE

2. $f(x) = \dfrac{|x|+2}{x^2-x-2}$ $y = f(|x|)$

3. $f(x) = \left|\dfrac{x+2}{x^2-x-2}\right|$ $y = |f(x)|$

4. $f(x) = \left|\dfrac{|x|+2}{x^2-x-2}\right|$ $y = |f(|x|)|$

5. $f(x) = \dfrac{x^2-4x+4}{x-4}$

6. $f(x) = \dfrac{x^2-4|x|+4}{|x|-4}$

7. $f(x) = \left|\dfrac{x^2-4x+4}{x-4}\right|$

8. $f(x) = \left|\dfrac{x^2-4|x|+4}{|x|-4}\right|$