

Color est e pluribus unus

corso di Matematica

prof. Claudio Desiderio

Modulo Skinner: Studio del grafico di una funzione

Unita' 2: Funzioni logaritmiche ed esponenziali

- Dominio ed Eventuali simmetrie
- Intersezioni con gli assi e Studio del segno
- Ricerca degli asintoti e Grafico probabile
- Grafico di funzioni ottenute tramite particolari trasformazioni, con valori assoluti

"Non accontentarti di restare nel GRIGIO per paura del NERO, ma punta dritto al BIANCO..
e tuffati dentro!"

Entra nel vortice.. quindi, rallenta:
ritroverai tutti i COLORI
e farai splendere sempre la tua Vita!!"

Studi di funzioni trascendenti

con grafico probabile fino alla ricerca degli **asintoti** e
con simmetrie particolari

$$1. \quad f(x) = \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)}$$

CON ASINTOTO ORIZZONTALE

$$2. \quad f(x) = \frac{3^{|x|} - 3}{\ln(|x|+1)}$$

$$y = f(|x|)$$

$$3. \quad f(x) = \left| \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} \right|$$

$$y = |f(x)|$$

$$4. \quad f(x) = \left| \frac{3^{|x|} - 3}{\ln(|x|+1)} \right|$$

$$y = |f(|x|)|$$

$$5. \quad f(x) = \frac{e^{x+1}}{\ln x - 1}$$

PROVACI
TU...

$$6. \quad f(x) = \frac{e^{|x|+1}}{\ln|x|-1}$$

$$7. \quad f(x) = \left| \frac{e^{x+1}}{\ln x - 1} \right|$$

$$8. \quad f(x) = \left| \frac{e^{|x|+1}}{\ln|x|-1} \right|$$

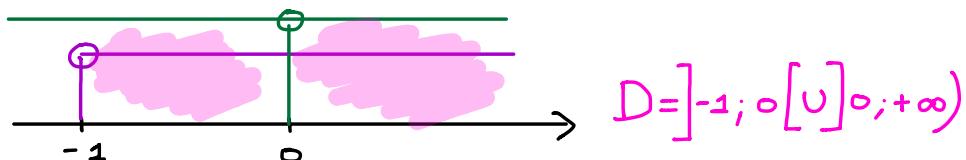
ESEMPIO STUDIO DI FUNZIONE

LOGARITMICA ED ESPONENZIALE

$$1) f(x) = \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)}$$

1. RICERCA DEL DOMINIO: $\begin{cases} \text{ARGOMENTO} > 0 \\ \text{DENOMINATORE} \neq 0 \end{cases}$

C.E. $\begin{cases} x+1 > 0 & x > -1 \\ \ln(x+1) \neq 0 & \ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x+1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases}$



2. EVENTUALI SIMMETRIE: "TRUCCO" → IL DOMINIO NON È SIMMET.

$$f(-x) \neq \pm f(x)$$

NE' PARI NE DISPARI

3. INTERSEZIONI CON GLI ASSI

$$\cap_y \begin{cases} x=0 & 0 \notin D \\ y=f(x) \end{cases}$$

$\nexists G_f \cap \vec{y}$

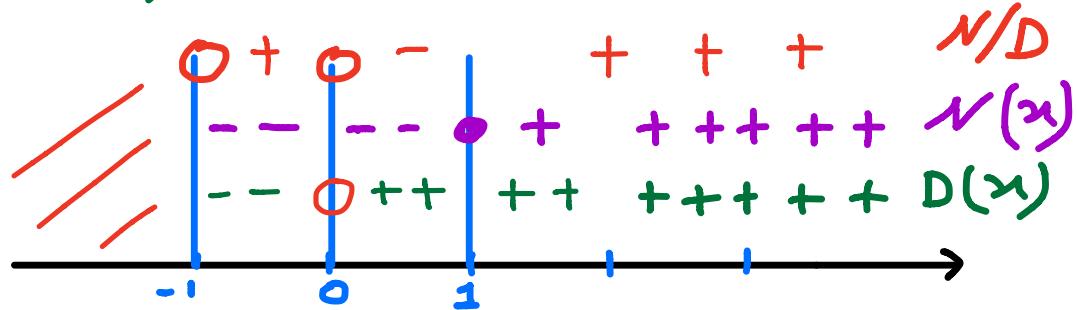
$$\cap_x \begin{cases} y=0 \\ y = \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} \end{cases} \Rightarrow \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$$
$$\frac{N(x)}{D(x)} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$$
$$3^x - 3 = 0 \Rightarrow 3^x = 3^1 \Rightarrow x = 1 \in D$$
$$B(1; 0)$$

4. STUDIO DEL SEGNO DELLA FUNZIONE

$$f(x) \geq 0 \quad \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} \geq 0 \quad \ln f(x) > 0 \Rightarrow f(x) > 1$$

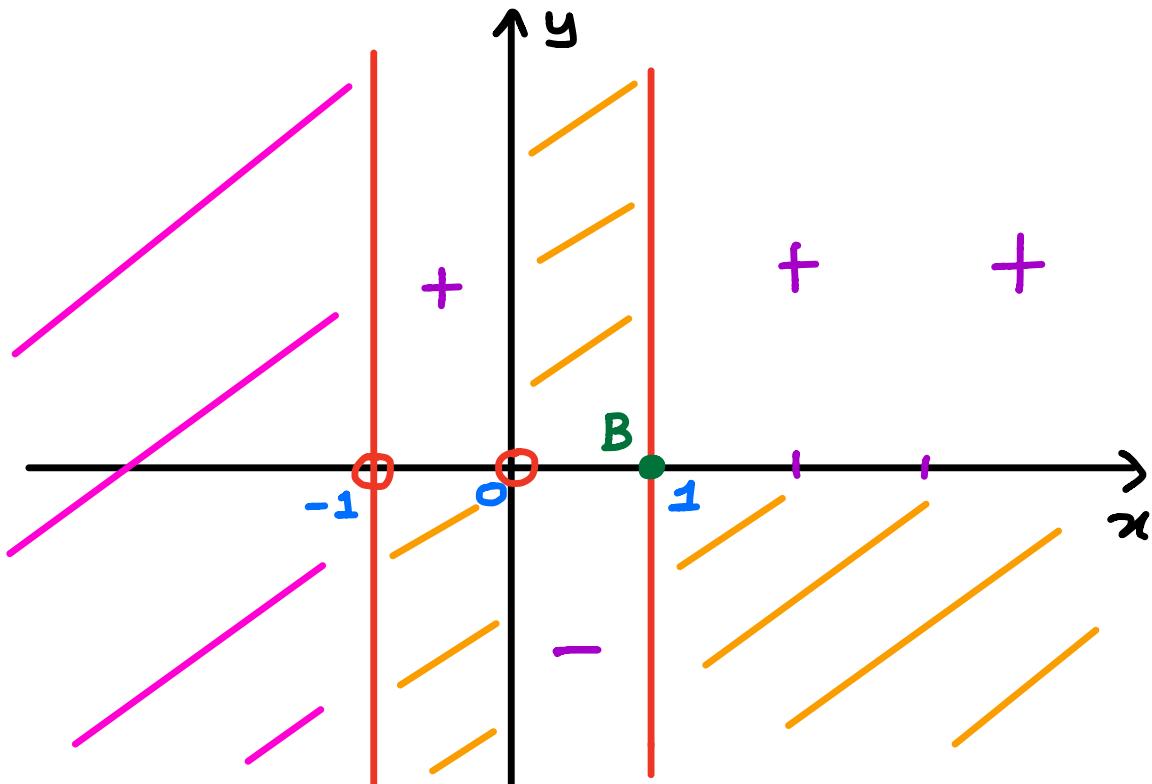
$$N(x) \geq 0 \Rightarrow 3^x - 3 \geq 0 \Rightarrow 3^x \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$$

$$D(x) > 0 \Rightarrow \ln(x+1) > 0 \Rightarrow x+1 > 1 \Rightarrow x > 0$$



$$f(x) \geq 0 \text{ in }]-1; 0[\cup [1; +\infty[$$

5. PRIMO APPROCCIO AL GRAFICO:



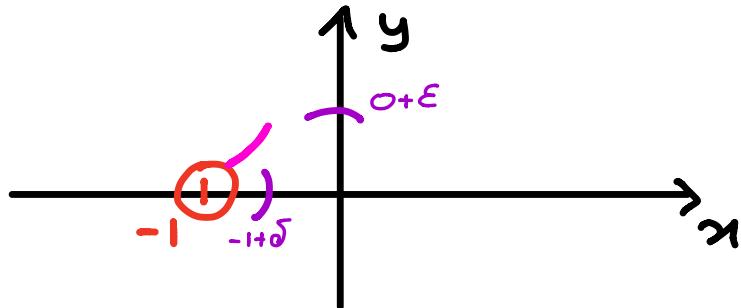
6. RICERCA DEGLI ASINTOTI ATTRAVERSO I LIMITI AGLI ESTREMI DEL C.E.

$$f(x) = \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} \quad D =]-1; 0[\cup]0; +\infty[$$

$$1. \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} = \left[\frac{3^{-1} - 3}{\ln 0^+} \right] = \left[\frac{-\infty}{-\infty} \right] = 0^+$$

PUNTO DI DISCONTINUITÀ $P(-1; 0)$

NO ASINTOTO VERTICALE DESTRO



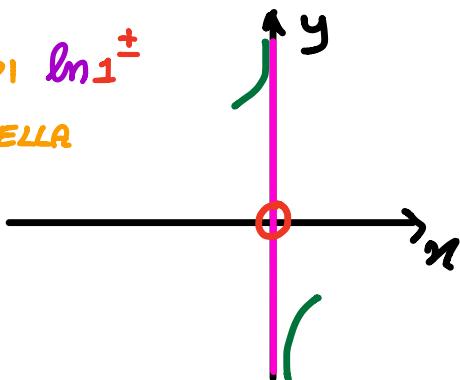
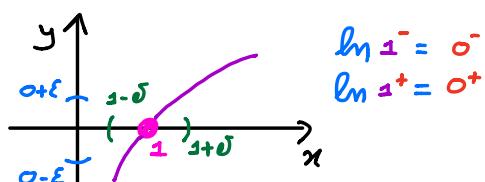
$$2. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} = \left[\frac{1 - 3}{\ln 1^-} \right] = \left[\frac{-2}{0^-} \right] = +\infty \quad \left. \begin{array}{l} x=0 \\ \text{ASINTOTO} \\ \text{VERTICALE} \end{array} \right\}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} = \left[\frac{1 - 3}{\ln 1^+} \right] = \left[\frac{-2}{0^+} \right] = -\infty \quad \left. \begin{array}{l} x=0 \\ \text{ASINTOTO} \\ \text{VERTICALE} \end{array} \right\}$$

PER CAPIRE IL COMPORTAMENTO DI $\ln 1^\pm$

BASTA ANALIZZARE IL GRAFICO DELLA

FUNZIONE LOGARITMICA

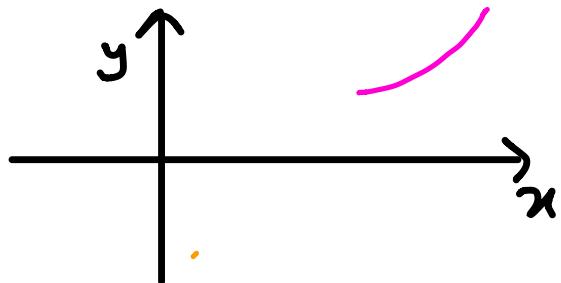


$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} = \left[\frac{3^{+\infty}}{\ln(+\infty)} \right] = \left[\frac{+\infty}{+\infty} \right] = +\infty$$

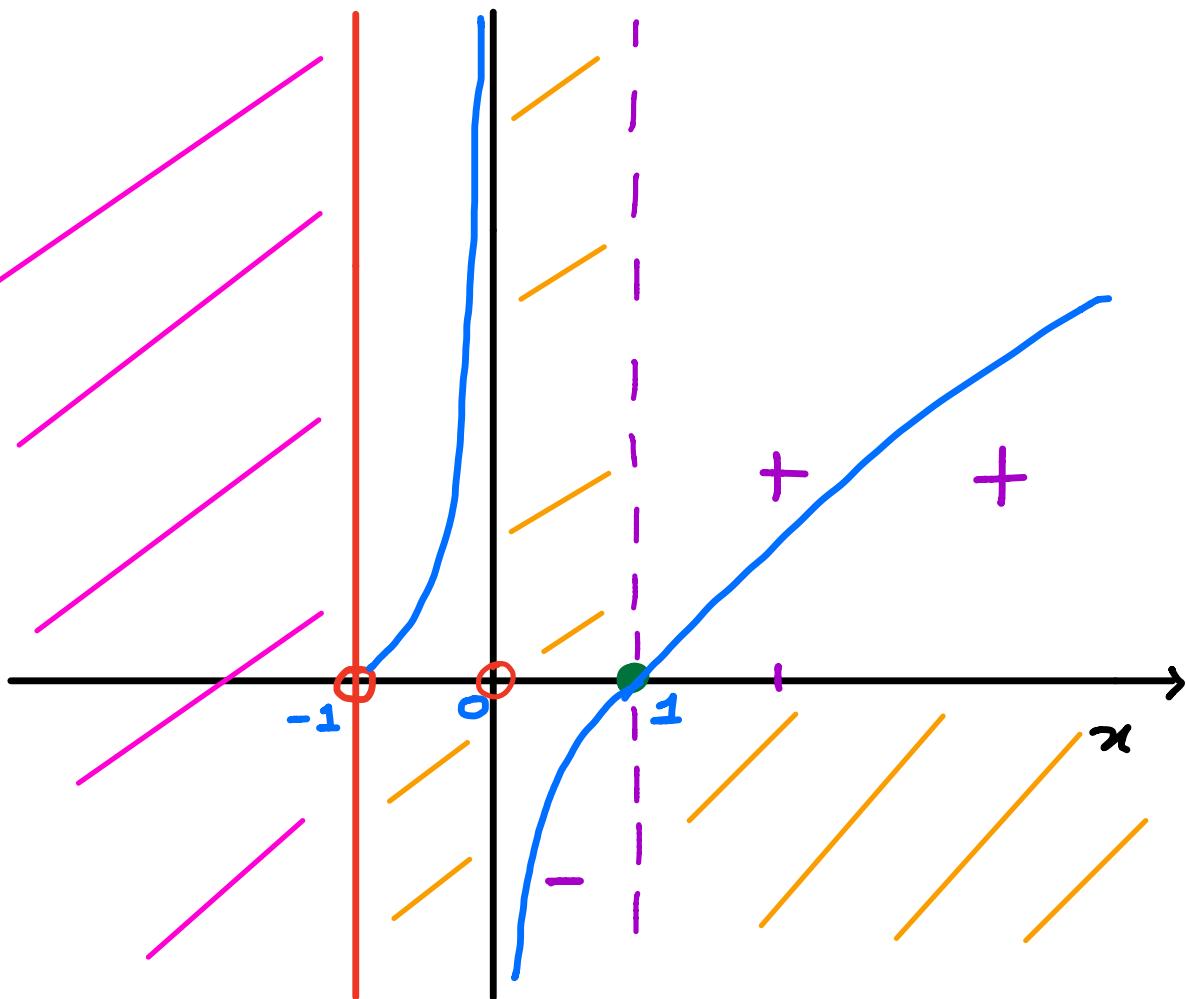
PREVALE L'INFINITO
ESPOENZIALE

NON C'E'
L'ASINTOTO
ORIZZONTALE

N.B. QUESTO TIPO DI
FUNZIONE NON PREVEDE
ASINTOTO OBLIQUO



7. GRAFICO PROBABILE



$$2. f(x) = \frac{|x|}{\ln(|x|+1)}$$

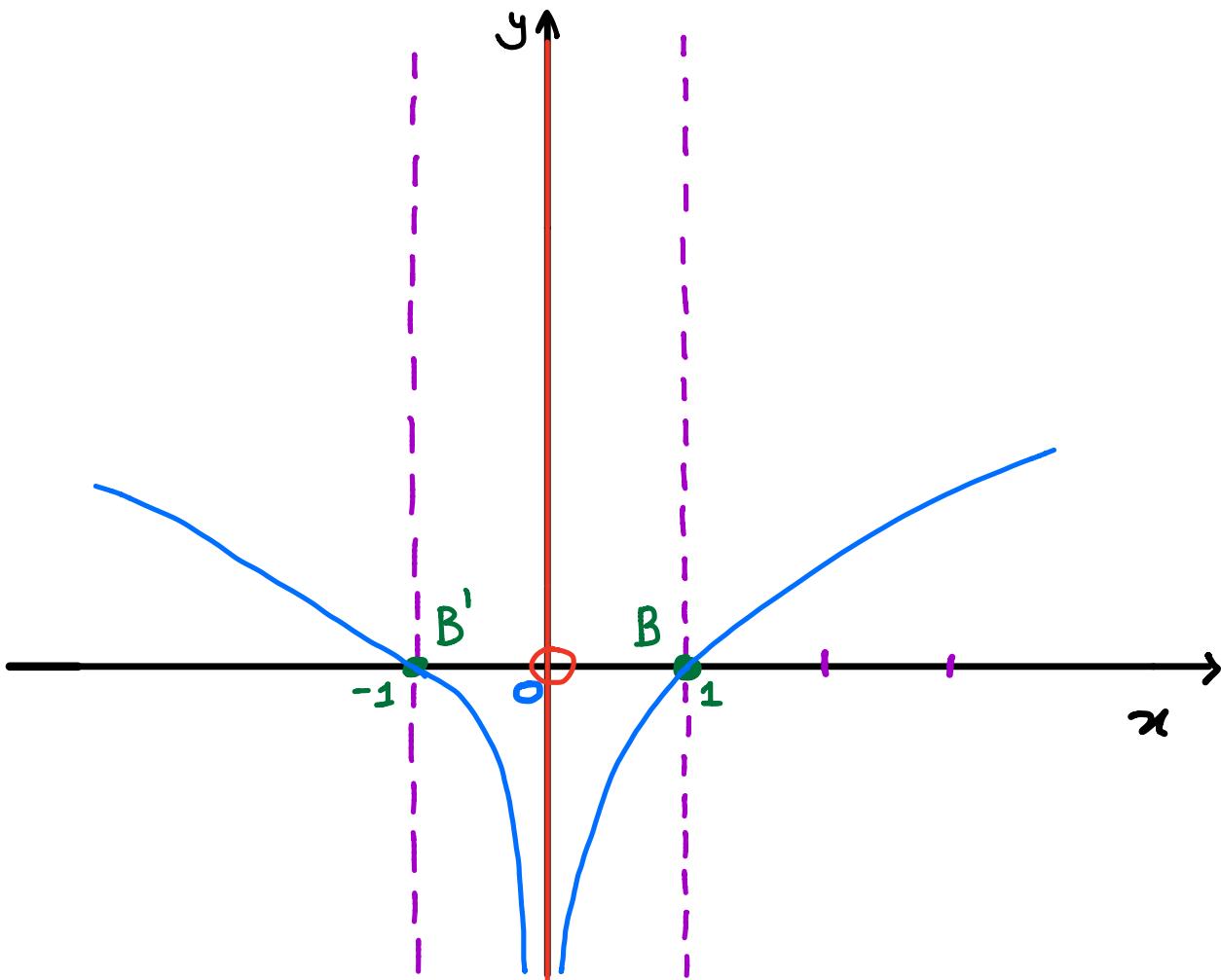
$$y = f(|x|)$$

SIMMETRIA PARI (ESSENDO $|-x| = |x|$)

BASTERÀ STUDIARE LA FUNZIONE PER $x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{3^x - 1}{\ln(x+1)}$ E QUINDI CONSIDERARE

IL GRAFICO SIMMETRICO RISPETTO ALL'ASSE Y
(PER $x < 0$)

GRAFICO PROBABILE



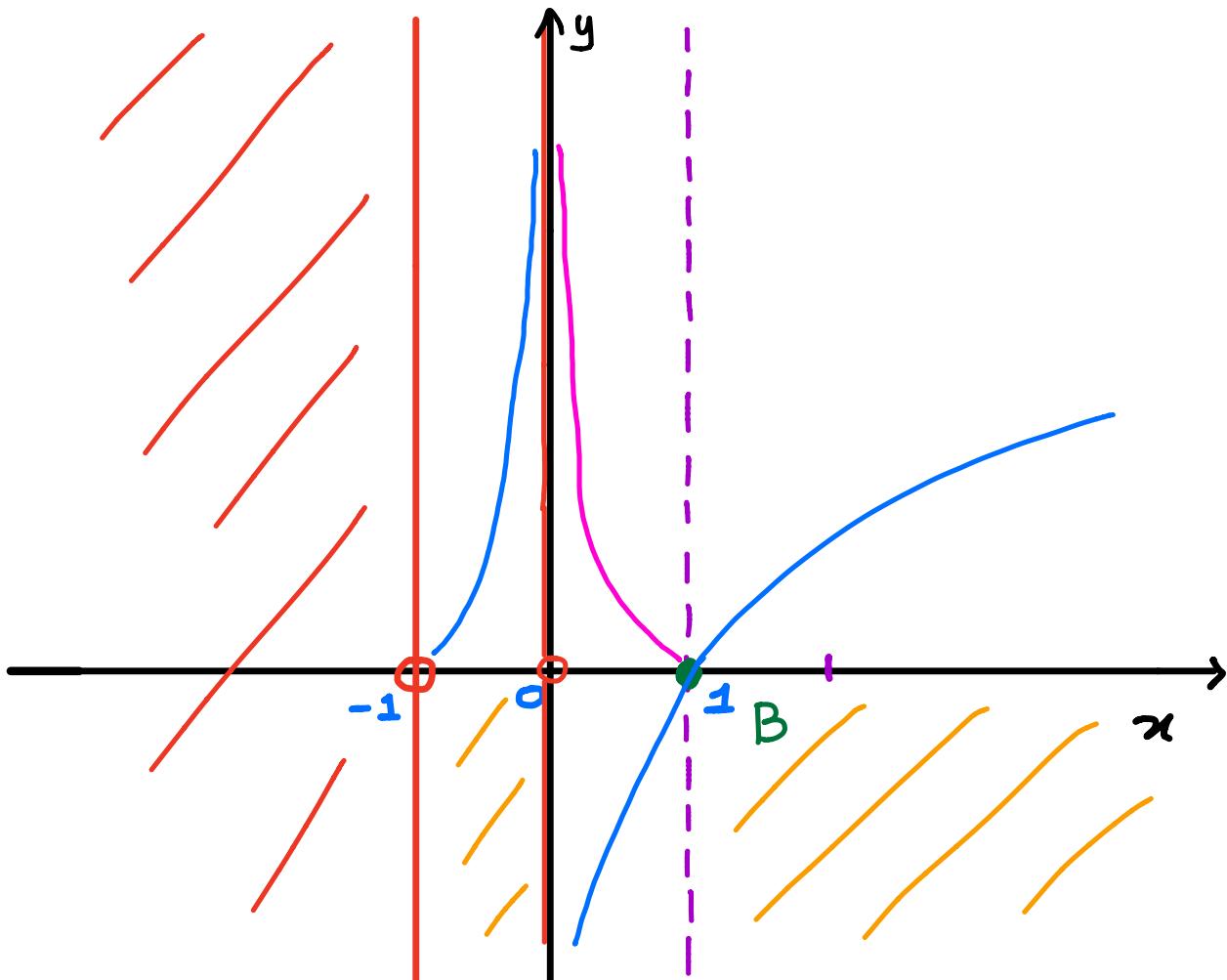
$$2. \ f(x) = \left| \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)} \right|$$

$$y = |f(x)|$$

BASTERÀ RAPPRESENTARE IL GRAFICO DELLA FUNZIONE $y = \frac{3^x - 3}{\ln(x+1)}$

E "RIBALTARE" RISPETTO ALL'ASSE x LA PARTE NEGATIVA

. GRAFICO PROBABILE



$$2. f(x) = \left| \frac{3^{|x|} - 3}{\ln(|x|+1)} \right| \quad y = |f(|x|)|$$

SI PARTE DAL GRAFICO DELLA FUNZIONE:

$$y = \frac{3^{|x|} - 3}{\ln(|x|+1)}$$

E SI "TRASFORMA" IN POSITIVO LA PARTE NEGATIVA

GRAFICO PROBABILE

