

Color est e pluribus unus

corso di Matematica

prof. Claudio Desiderio

Modulo Skinner: Studio del grafico di una funzione

Unita' 3: Funzioni irrazionali

- Dominio ed Eventuali simmetrie
- Intersezioni con gli assi e Studio del segno
- Ricerca degli asintoti e Grafico probabile
- Grafico di funzioni ottenute tramite particolari trasformazioni, con valori assoluti

"Non accontentarti di restare nel GRIGIO per paura del NERO, ma punta dritto al BIANCO..
e tuffati dentro!"

Entra nel vortice.. quindi, rallenta:
ritroverai tutti i COLORI
e farai splendere sempre la tua Vita!!"

Studi di funzioni irrazionali

con grafico probabile fino alla ricerca degli **asintoti** e
con simmetrie particolari

$$1. \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2}$$

CON ASINTOTO ORIZZONTALE

$$2. \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5|x| + 4}}{|x| - 2}$$

$$y = f(|x|)$$

$$3. \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{|x - 2|}$$

$$y = |f(x)|$$

$$4. \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5|x| + 4}}{|x - 2|}$$

$$y = |f(|x|)|$$

$$5. \quad f(x) = \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}$$

PROVACI

$$6. \quad f(x) = \frac{|x| - 4}{\sqrt{x^2 - 5|x| + 4}}$$

TU...

$$7. \quad f(x) = \left| \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} \right|$$

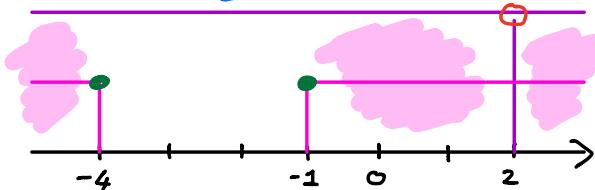
$$8. \quad f(x) = \frac{|x| - 4}{\sqrt{x^2 - 5|x| + 4}}$$

ESEMPIO STUDIO DI FUNZIONE IRRATZIONALE

$$1) f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2}$$

1. RICERCA DEL DOMINIO : $\begin{cases} \text{ARGOMENTO} \geq 0 \\ \text{DENOMINATORE} \neq 0 \end{cases}$

C.E. $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \geq 0 \Rightarrow x_1 = -4 \vee x_2 = -1 \Rightarrow x \leq -4 \vee x \geq -1 \\ x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \end{cases}$



$$D =]-\infty; -4] \cup [-1; 2[\cup]2; +\infty[$$

2. EVENTUALI SIMMETRIE : "TRUCCO" \rightarrow IL DOMINIO NON È SIMMET.

$$f(-x) \neq \pm f(x) \quad \text{NE' PARI NE DISPARI}$$

3. INTERSEZIONI CON GLI ASSI

$$\cap y \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = f(x) \Rightarrow y = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2} \end{cases} \quad y = \frac{\sqrt{0+4}}{0-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$A(0; -1)$$

$$\cap x \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2} \end{cases} \Rightarrow \frac{N(x)}{D(x)} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$$

$$\sqrt{x^2 + 5x + 4} = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \quad \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases}$$

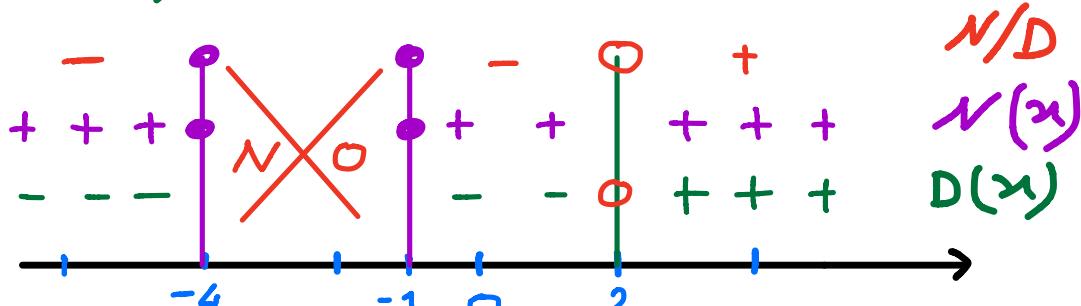
$$B(-4; 0) \quad C(-1; 0)$$

4. STUDIO DEL SEGNO DELLA FUNZIONE

$$f(x) \geq 0 \quad \frac{\sqrt{x^2+5x+4}}{x-2} \geq 0 \quad \sqrt{A(x)} \geq 0 \Rightarrow A(x) \geq 0$$

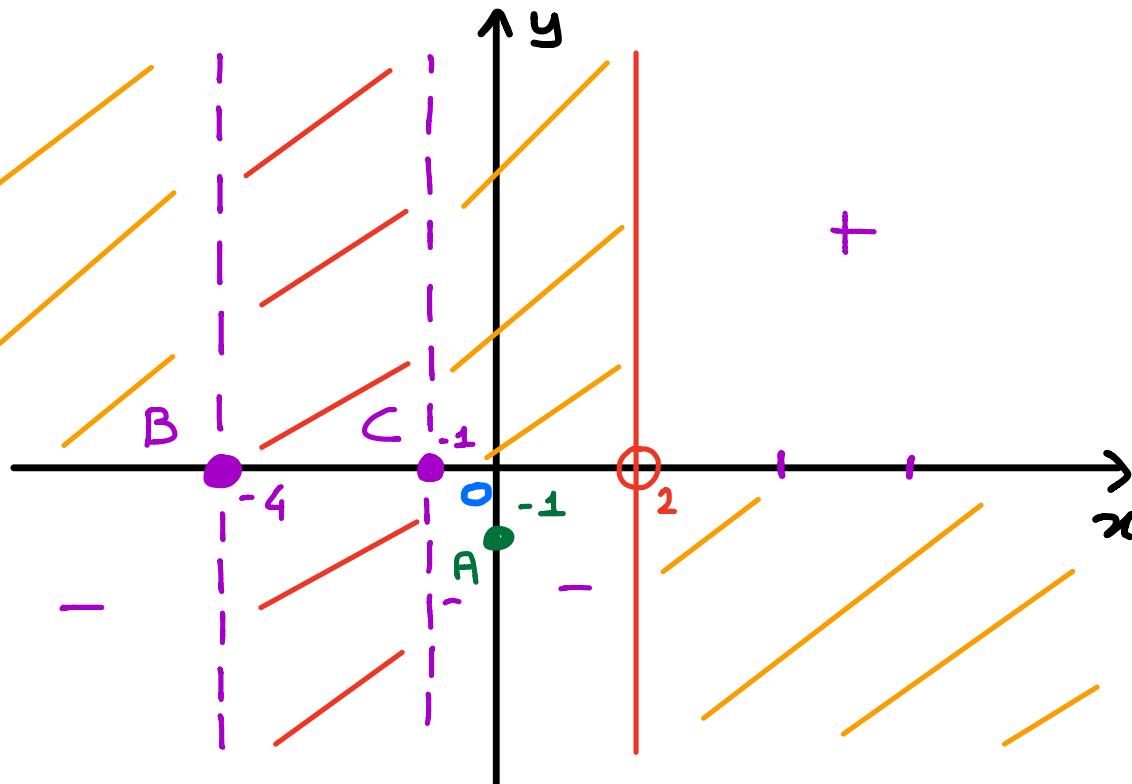
$$N(x) \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2+5x+4} \geq 0 \Rightarrow x \leq -4 \vee x \geq -1$$

$$D(x) > 0 \Rightarrow x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$



$$f(x) \geq 0 \quad \text{in }]2; +\infty[\cup \{-4; -1\}$$

5. PRIMO APPORCIO AL GRAFICO :



6. RICERCA DEGLI ASINTOTI ATTRAVERSO I LIMITI AGLI ESTREMI DEL C.E.

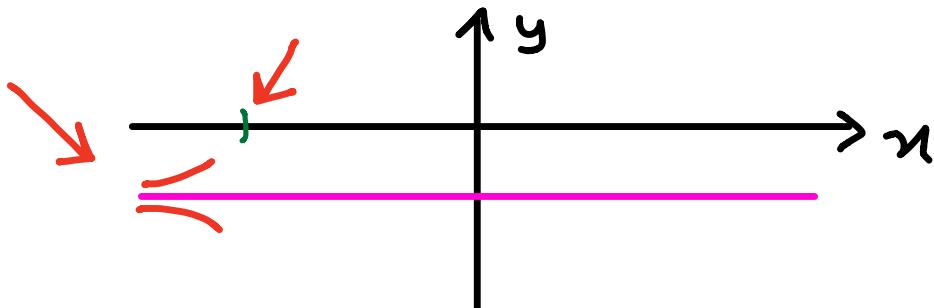
$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2}$$

$$D = (-\infty; -4] \cup [-1; 2] \cup [2; +\infty)$$

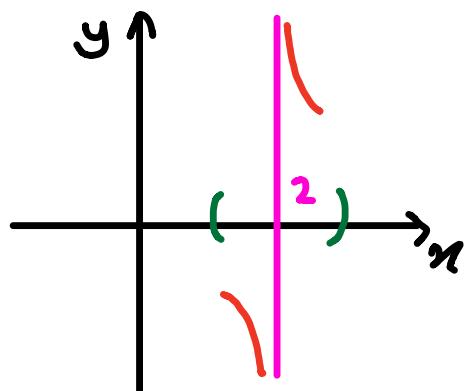
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = -1$$

ATTENZIONE

ASINTOTO ORIZZONTALE $y = -1$



$$\begin{aligned} 2. \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2} &= \left[\frac{\sqrt{28}}{0^-} \right] = -\infty \\ 3. \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2} &= \left[\frac{\sqrt{28}}{0^+} \right] = +\infty \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} x=2 \\ \text{ASINTOTO} \\ \text{VERTICALE} \end{array} \right\}$$



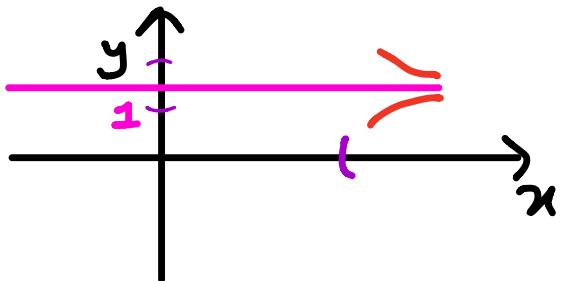
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+5x+4}}{x-2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2}}{x} =$$

$y = 1$
L'ASINTOTO
ORIZZONTALE

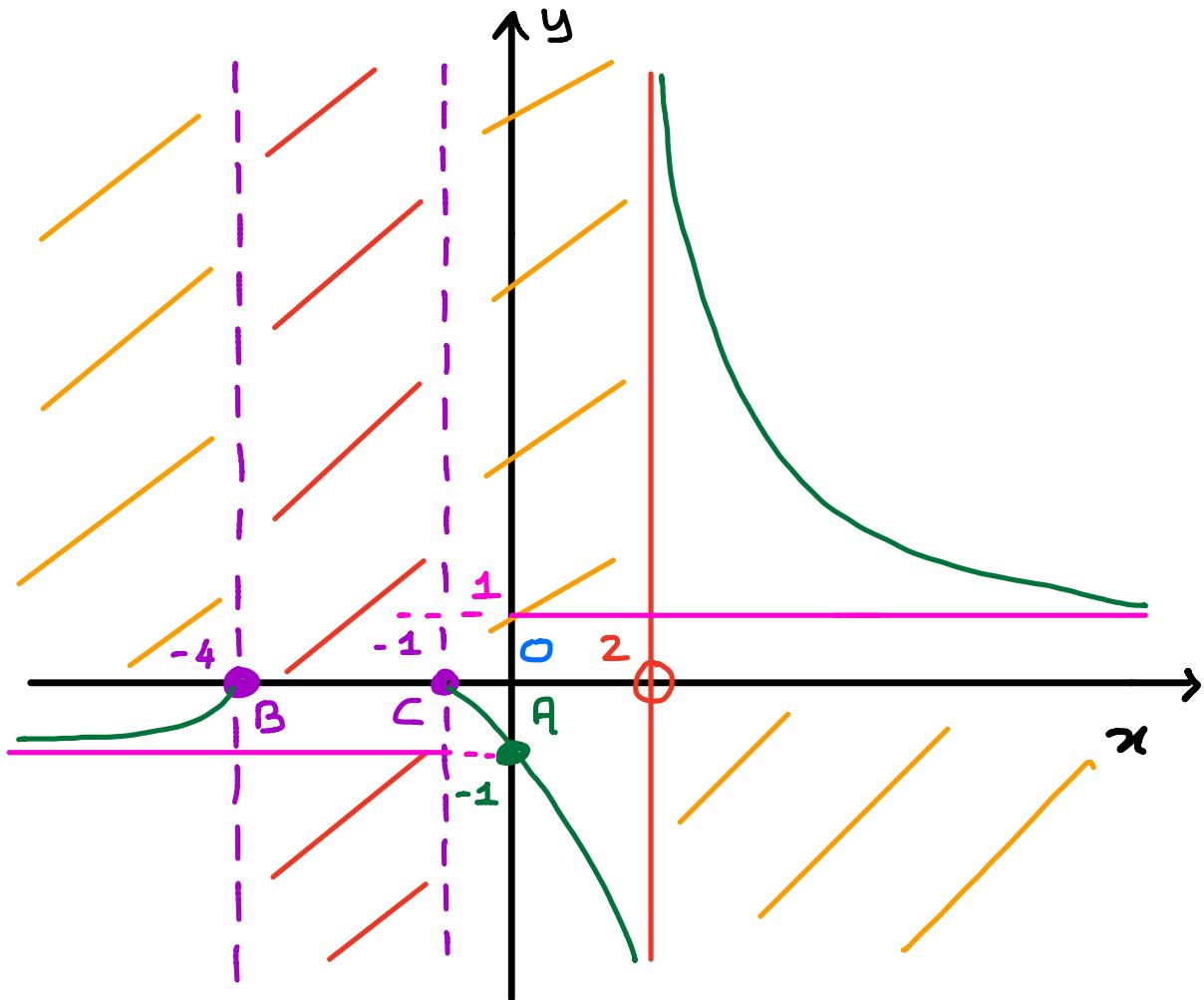
$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{+x}{x} = 1$$

$$\sqrt{x^2} = |x| = x$$

$x \rightarrow +\infty$



7. GRAFICO PROBABILE



$$2. f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5|x| + 4}}{|x| - 2}$$

$$y = f(|x|)$$

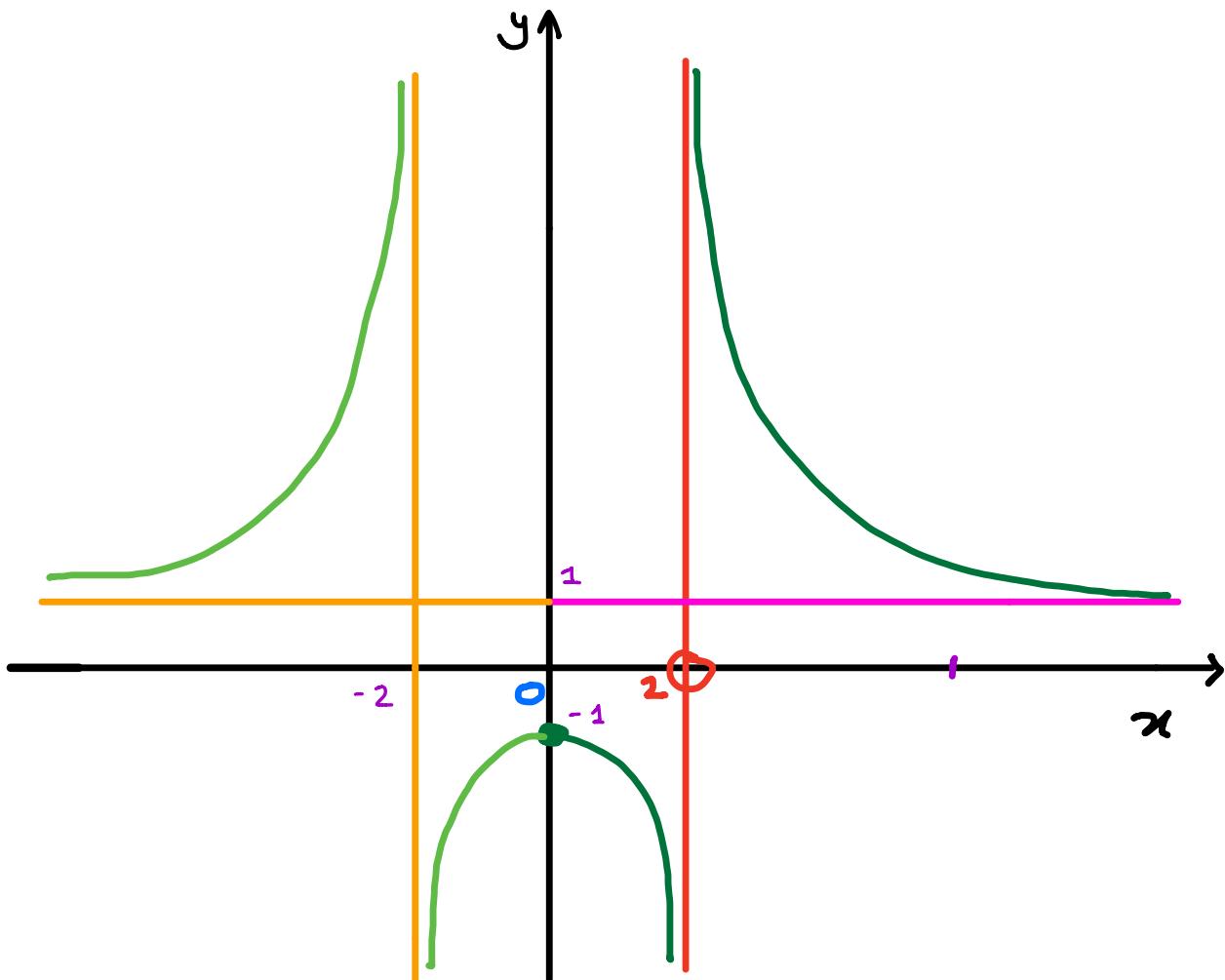
SIMMETRIA PARI (ESSENDO $|-x| = |x|$)

BASTERÀ STUDIARE LA FUNZIONE PER

$$x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2} \quad \text{E QUINDI CONSIDERARE}$$

IL GRAFICO SIMMETRICO RISPETTO ALL'ASSE Y
(PER $x < 0$)

GRAFICO PROBABILE

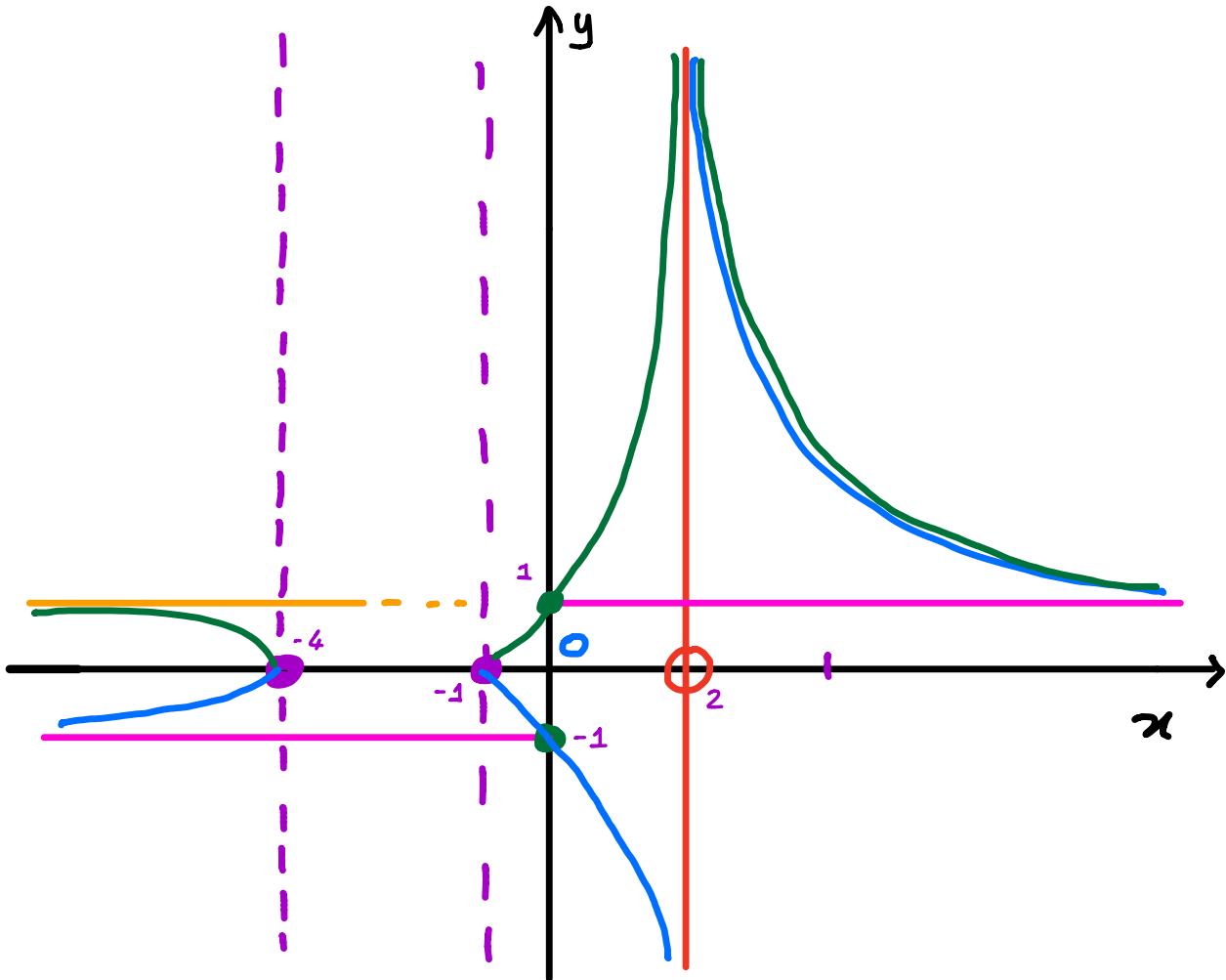


$$3. \ f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{|x - 2|}$$

$$y = |f(x)|$$

BASTERÀ RAPPRESENTARE IL GRAFICO DELLA FUNZIONE $y = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{x - 2}$

E "RIBALTARE" RISPETTO ALL'ASSE x LA PARTE NEGATIVA
. GRAFICO PROBABILE



$$4. f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5|x| + 4}}{|x| - 2}$$

$$y = |f(|x|)|$$

SI PARTE DAL GRAFICO DELLA FUNZIONE:

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 5|x| + 4}}{|x| - 2}$$

E SI "TRASFORMA" IN POSITIVO LA PARTE NEGATIVA

GRAFICO PROBABILE

