Color est e pluribus unus

corso di Matematica

prof. Claudio Desiderio

Modulo Skinner: Studio del grafico di una funzione

Unita' 4: Funzioni logaritmiche, esponenziali e irrazionali

- **Dominio ed Eventuali simmetrie**
- **Intersezioni con gli assi e Studio del segno**
- **Ricerca degli asintoti e Grafico probabile**
- **Grafico di funzioni ottenute tramite particolari trasformazioni, con valori assoluti**

"Non accontentarti di restare nel GRIGIO per paura
del NERO, ma punta dritto al BIANCO..
e tuffati dentro!
Entra nel vortice.. quindi, rallenta:
ritroverai tutti i COLORI
e farai splendere sempre la tua Vita!!"

Studi di funzioni trascendenti

con grafico probabile fino alla ricerca degli asintoti e con simmetrie particolari

1. $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ CON ASINTOTO ORIZZONTALE

2. $f(x)=\dfrac{\ln(|x|+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ $y=f(|x|)$

3. $f(x)=\dfrac{|\ln(x+1)|}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ $y=|f(x)|$

4. $f(x)=\dfrac{|\ln(|x|+1)|}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ $y=|f(|x|)|$

5. $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}{\ln x-1}$

6. $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}{\ln|x|-1}$

7. $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}{|\ln x-1|}$

8. $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}{|\ln|x|-1|}$

PROVACI TU...

ESEMPIO STUDIO DI FUNZIONE

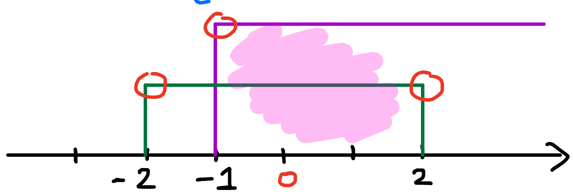
LOGARITMICA ED ESPONENZIALE

1) $f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$

$\left\{\begin{array}{l} \text{ARGOMENTO} > 0 \\ \text{RADICANDO} \geq 0 \\ \text{DENOMINATORE} \neq 0 \end{array}\right.$ $\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} > 0$

1. RICERCA DEL DOMINIO:

C.E. $\begin{cases} x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1-e^{x^2-4} > 0 \Rightarrow e^{x^2-4} < 1 \Rightarrow e^{x^2-4} < e^0 \Rightarrow x^2-4 < 0 \Rightarrow -2 < x < 2 \end{cases}$



$D = \left]-1\,;\,2\right[$

2. EVENTUALI SIMMETRIE: "TRUCCO" $\rightarrow$ IL DOMINIO NON È SIMMET.

$f(-x) \neq \pm f(x)$ NÈ PARI NÈ DISPARI

3. INTERSEZIONI CON GLI ASSI

$\cap \vec{y} \begin{cases} x = 0 \\ y = f(x) \end{cases}$ $y = \dfrac{\ln(0+1)}{\sqrt{1-e^{0-4}}} = \dfrac{\ln 1}{m} = 0$

$A(0;0) \equiv O$

$\dfrac{N(x)}{D(x)} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0$

$\cap \vec{x} \begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}} = 0 \Rightarrow \ln(x+1) = 0 \Rightarrow x+1 = 1$

$\Rightarrow x = 0$

$\ln A(x) = 0$
$\Leftrightarrow A(x) = 1$

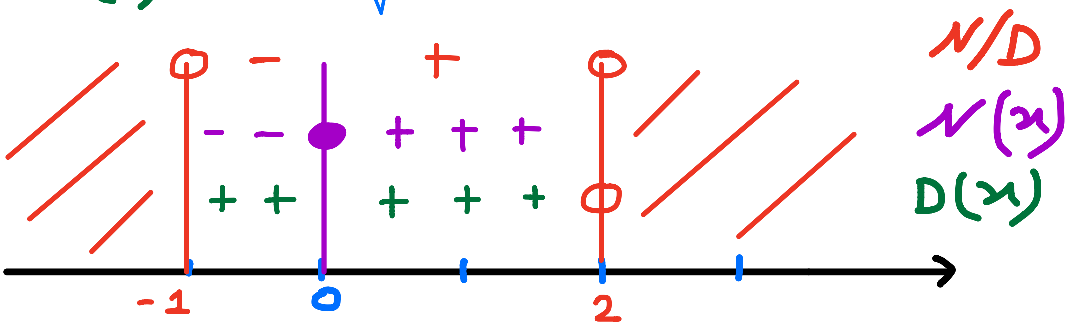
$B(0;0) \equiv A \equiv O$

4. STUDIO DEL SEGNO DELLA FUNZIONE

$f(x) \geq 0$ $\qquad \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}} \geq 0 \qquad \boxed{\ln A(x) > 0 \Rightarrow A(x) > 1}$

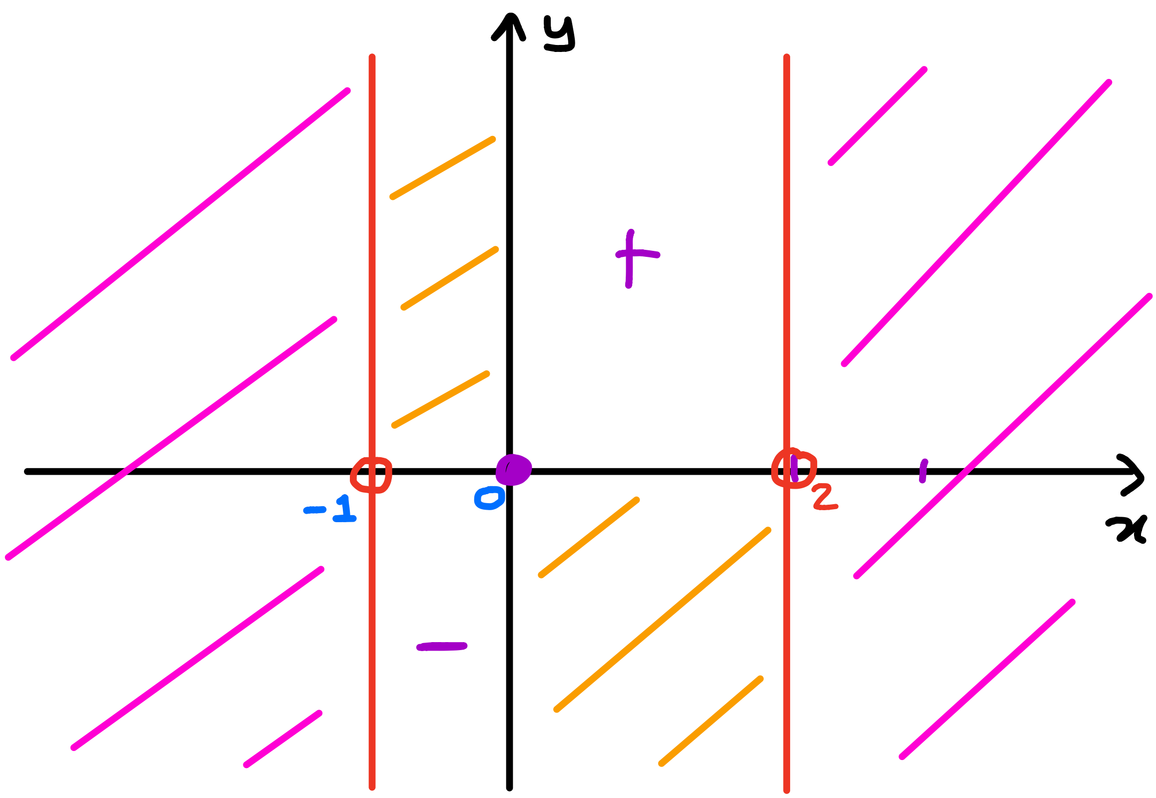
$N(x) \geq 0 \Rightarrow \ln(x+1) \geq 0 \Rightarrow x+1 \geq 1 \Rightarrow x \geq 0$

$D(x) > 0 \Rightarrow \sqrt{1-e^{x^2-4}} > 0 \Rightarrow e^{x^2-4} < e^{0} \Rightarrow -2 < x < 2$



$f(x) \geq 0$ IN $[0; 2[$

5. PRIMO APPROCCIO AL GRAFICO:

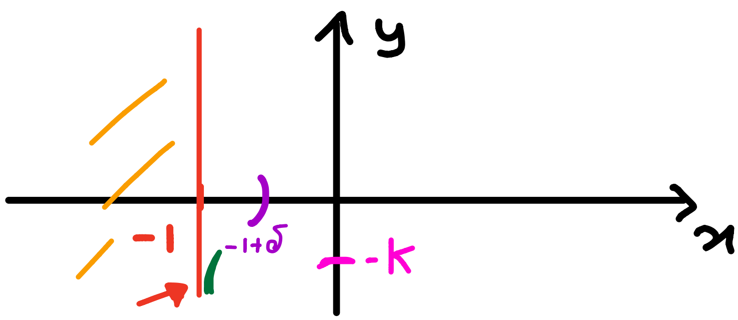


6. RICERCA DEGLI ASINTOTI ATTRAVERSO I LIMITI AGLI ESTREMI DEL C.E.

$$f(x)=\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}} \qquad D=\,]-1\,;2[$$

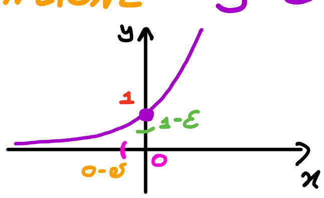
1. $$\lim_{x\to -1^+}\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}=\left[\frac{\ln 0^+}{+m}\right]=-\infty$$

ASINTOTO VERTICALE DESTRO $x=-1$

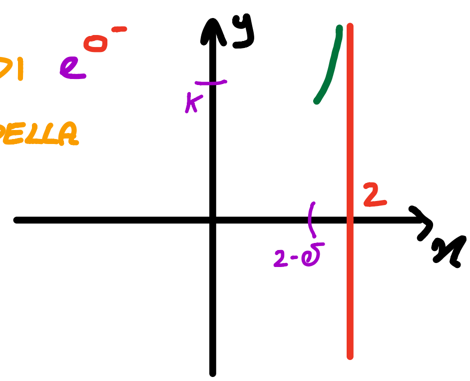


2. $$\lim_{x\to 2^-}\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}=\left[\frac{\ln 3}{\sqrt{1-e^{0^-}}}\right]=\left[\frac{+m}{0^+}\right]=+\infty$$ $\Big\}$ $x=2$ ASINTOTO VERTICALE

PER CAPIRE IL COMPORTAMENTO DI e^{0^-} BASTA ANALIZZARE IL GRAFICO DELLA FUNZIONE $y=e^x$



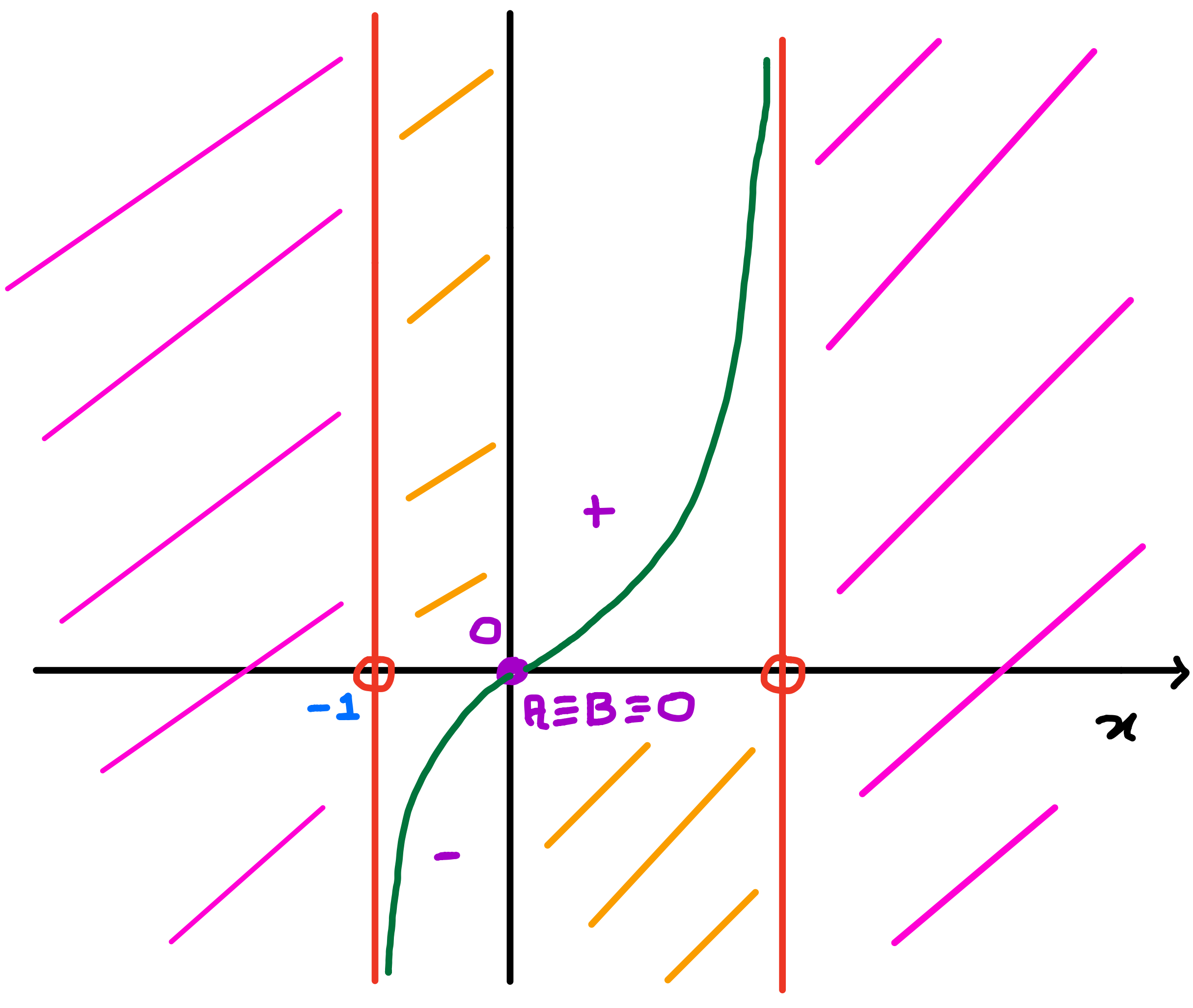
$e^{0^-}=1^-$



NON CI SONO ASINTOTI ORIZZONTALI O OBLIQUI PERCHÈ IL DOMINIO DELLA FUNZIONE E' LIMITATO.

POSSIAMO PERTANTO RAPPRESENTARE IL GRAFICO PROBABILE DELLA FUNZIONE

7. GRAFICO PROBABILE



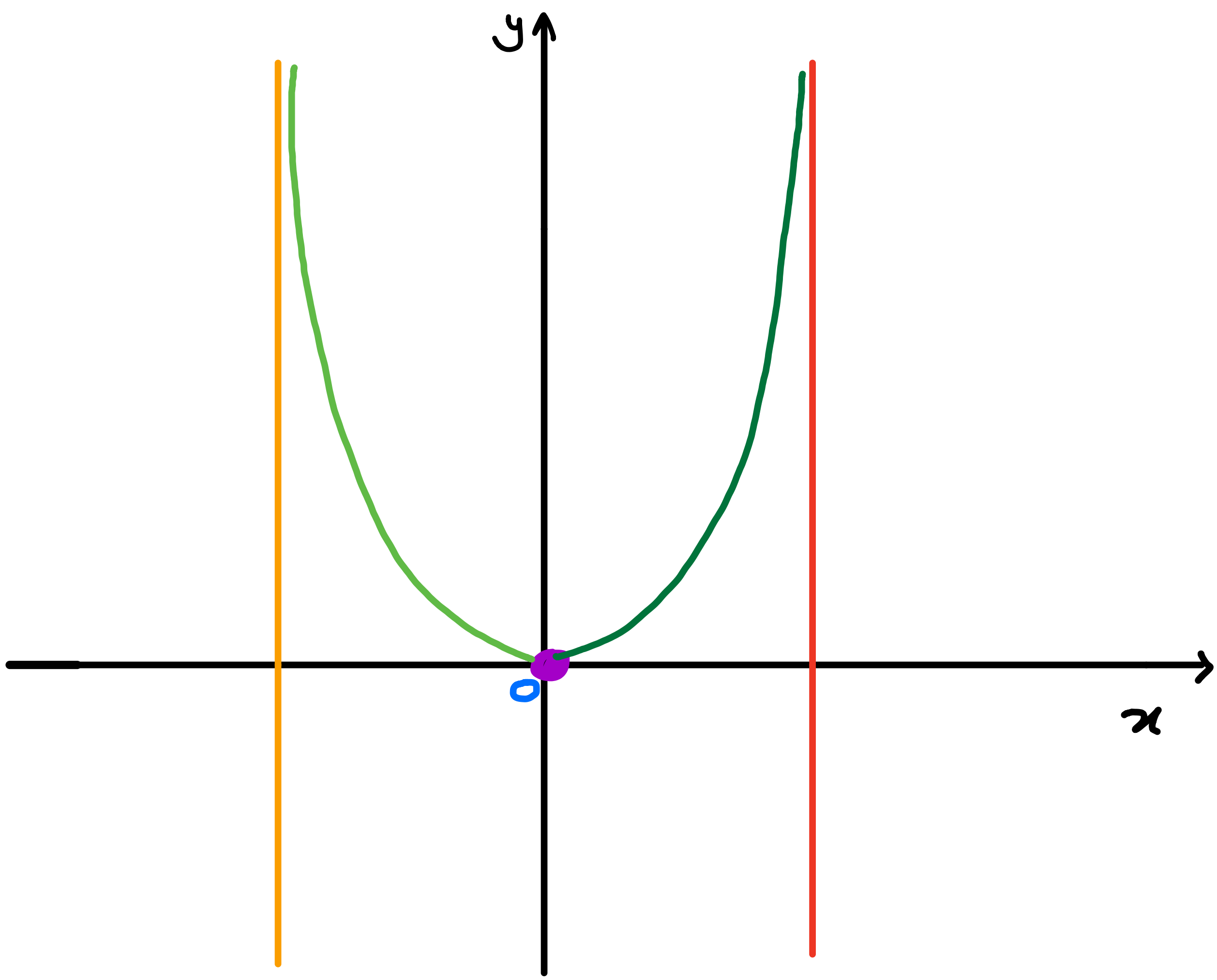
2. $f(x) = \dfrac{\ln(|x|+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ $\qquad y = f(|x|)$

SIMMETRIA PARI (ESSENDO $|-x| = |x|$)

BASTERÀ STUDIARE LA FUNZIONE PER $x \geq 0 \Rightarrow y = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ E QUINDI CONSIDERARE

IL GRAFICO SIMMETRICO RISPETTO ALL'ASSE y (PER $x<0$)

GRAFICO PROBABILE

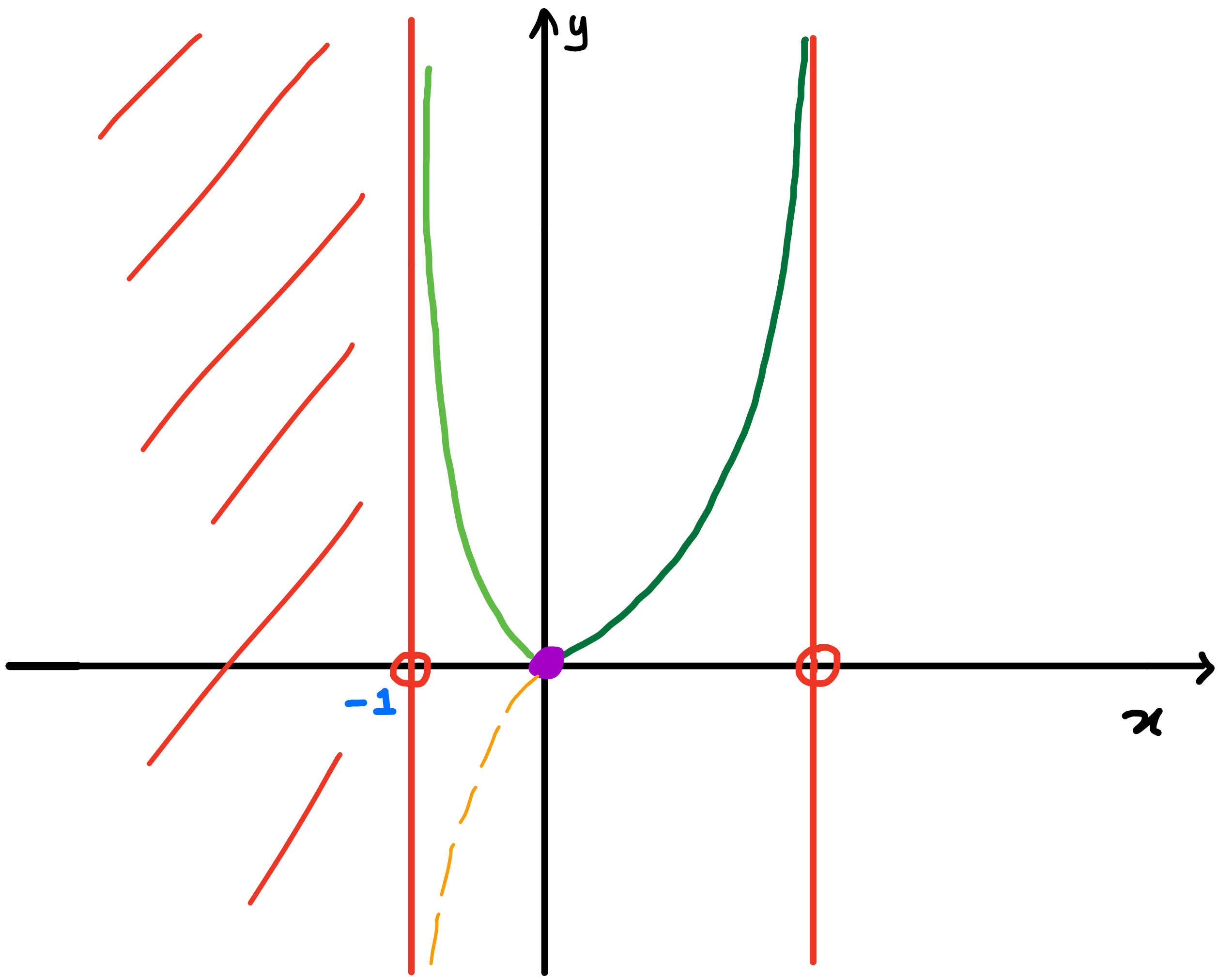


3. $f(x) = \dfrac{|\ln(x+1)|}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ $\qquad y = |f(x)|$

BASTERÀ RAPRESENTARE IL GRAFICO DELLA FUNZIONE $y = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$

E "RIBALTARE" RISPETTO ALL'ASSE x LA PARTE NEGATIVA

. GRAFICO PROBABILE



4. $f(x) = \dfrac{\left|\ln(|x|-1)\right|}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$ $\qquad y = \left|f(|x|)\right|$

SI PARTE DAL GRAFICO DELLA FUNZIONE:

$$y = \frac{\ln(|x|-1)}{\sqrt{1-e^{x^2-4}}}$$

E SI "TRASFORMA" IN POSITIVO LA PARTE NEGATIVA

GRAFICO PROBABILE