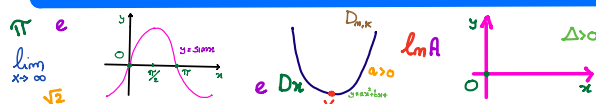


MATEMATICA A COLORI PER TUTTI

INTEGRALI INDEFINITI PER PARTI 1

FLIPPED
MATH



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

PERCHE' SONO IMPORTANTI?

VEDIAMO ALCUNI ESEMPI

1. $\int x \cdot e^x dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^x + c$

2. $\int x \cdot \sin x dx =$

3. $\int \ln x dx =$

L'INTEGRALE DI UN
PRODOTTO NON E'

UGUALE AL PRODOTTO
DEGLI INTEGRALI

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

LA FORMULA

$$\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$$



FACILE DA DIMOSTRARE, INFATTI

SE CONSIDERIAMO LA DERIVATA DEL PRODOTTO...

INTEGRANDO MEMBRO A MEMBRO..

$$\int D(f(x) \cdot g(x)) dx = \int f'(x) \cdot g(x) dx + \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

N.B. $\Downarrow$ L'INTEGRALE E' L'OPERAZIONE INVERSA DELLA DERIVATA

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

$$f(x) \cdot g(x) = \underbrace{\int f'(x) \cdot g(x) dx}_{\otimes} + \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

ESPLICITANDO $\otimes$ SI TROVA LA TESI:

$$\underbrace{\int f'(x) \cdot g(x) dx}_{\otimes} = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

QUESTA FORMULA CI CONSENTE DI PASSARE
DA UN INTEGRALE CHE NON SAPPIAMO RISOLVERE
AD UN INTEGRALE CHE POSSIAMO RISOLVERE

N.B. IN GENERE SI HA UN PRODOTTO



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

$$\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

COME RICONOSCERE $f'(x)$ E $g(x)$?

INFATTI: $f'(x)$ È LA FUNZIONE CHE SO INTEGRARE

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

SE LI SO INTEGRARE ENTRAMBI, ALLORA
 $g(x)$ È LA FUNZIONE CHE CONVIENE
DERIVARE

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

ESEMPIO 1

$$\int x \cdot \ln x dx$$

↑ $\ln x$ NON LO SO INTEGRARE

QUINDI LA SCELTA È OBBLIGATA:

$$f'(x) = x \rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c$$

$$g(x) = \ln x \rightarrow g'(x) = \frac{1}{x}$$

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

$$\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

QUINDI

$$f'(x) = x \quad f(x) = \frac{x^2}{2} \quad g(x) = \ln x \quad g'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned} \int x \cdot \ln x dx &= \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \\ &= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \frac{x^2}{2} + C \end{aligned}$$

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

ESEMPIO 2

$$\int \overset{\uparrow}{1} \cdot \ln x dx = *$$

$\ln x$ NON LO SO INTEGRARE
(SCELTA OBBLIGATA)

$$f'(x) = \overset{\uparrow}{1} \rightarrow f(x) = x \quad g(x) = \ln x \rightarrow g'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

$$\begin{aligned} * &= x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx = \\ &= x \ln x - x + C \end{aligned}$$

N.B. IL LOGARITMO SI SCEGLIERÀ SEMPRE COME $g(x)$

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

ESEMPIO 3

$$\int x \cdot e^x dx = *$$

QUESTA VOLTA LI SO INTEGRARE ENTRAMBI

CONVIENE DERIVARE x

$$f'(x) = e^x \rightarrow f(x) = e^x \quad \text{È LA STESSA..}$$

$$g(x) = x \rightarrow g'(x) = 1 \quad \text{DIVENTA PIÙ SEMPLICE}$$

$$* = e^x \cdot x - \int e^x \cdot 1 dx = e^x \cdot x - e^x + C$$

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

ESEMPIO 4

$$\int x^2 \cdot e^{2x} dx = *$$

STESSA SCELTA

$$f'(x) = e^{2x} \rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \int e^{2x} 2 dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

$$g(x) = x^2 \rightarrow g'(x) = 2x$$

$$* = \frac{1}{2} e^{2x} \cdot x^2 - \int 2x \cdot \frac{1}{2} e^{2x} dx =$$

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

$$\begin{aligned} * &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \int 2x \cdot \frac{1}{2} e^{2x} dx = \\ &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} \int x \cdot 2 e^{2x} dx = * \end{aligned}$$

INTEGRALE PER PARTI

$$f'(x) = 2 e^{2x} \rightarrow f(x) = \int 2 e^{2x} dx = e^{2x} + c$$

$$g(x) = x \rightarrow g'(x) = 1$$

$$* = \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} \left[e^{2x} x - \int 1 \cdot e^{2x} dx \right] =$$

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

$$= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} \left[e^{2x} x - \int 1 \cdot e^{2x} dx \right] =$$

$$= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} e^{2x} + c =$$

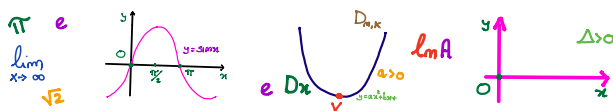
$$= \frac{1}{4} e^{2x} \left\{ 2x^2 - 2x + 1 \right\} + c$$

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

MATEMATICA A COLORI PER TUTTI



FLIPPED
MATH



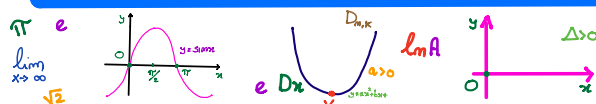
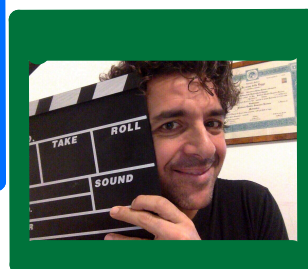
INTEGRALI
PER PARTI
BLOG

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

MATEMATICA A COLORI PER TUTTI

INTEGRALI INDEFINITI PER PARTI 2

FLIPPED
MATH



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI

WORK IN
PROGRESS



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

ESEMPIO 5

$$\int 3x \sin 2x \, dx = \frac{3}{4} \int \underline{2x} \sin 2x \, \underline{2dx} =$$

PER SEMPLICITÀ SOSTITUISCO: $2x = t$

$$= \frac{3}{4} \int t \cdot \sin t \, dt = *$$

$$(2dx = dt)$$

LI SO INTEGRARE ENTRAMBI

CONVIENE DERIVARE t

$$f'(t) = \sin t \rightarrow f(t) = -\cos t$$

$$g(t) = t \rightarrow g'(t) = 1$$

$$* = \frac{3}{4} \left[-t \cos t - \int -\cos t \cdot 1 \, dt \right] =$$

$$= -\frac{3}{4} t \cos t + \frac{3}{4} \sin t + C =$$

$$= -\frac{3}{4} \cancel{2x} \cos 2x + \frac{3}{4} \sin 2x + C$$

ESEMPIO 6

$$\int 1 \cdot \arcsin x \, dx = *$$

↑ SI MOLTIPLICA PER 1

$\arcsin x$ NON LO SO INTEGRARE E QUINDI
LO DEVO DERIVARE

$$f'(x) = 1 \rightarrow f(x) = x$$

$$g(x) = \arcsin x \rightarrow g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$* = x \arcsin x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx =$$

$$= x \arcsin x - \frac{1}{-2} \int \underbrace{(1-x^2)^{-1/2}}_{f(x)} \underbrace{(-2)x \, dx}_{df(x)} =$$

$$= x \arcsin x + \frac{1}{2} \frac{(1-x^2)^{-1/2+1}}{\underbrace{-1/2+1}_{1/2}} + C =$$

$$= x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$$

ESEMPIO 7: IL CAVE CHE SI MORDE LA CODA

$$\int e^x \sin x \, dx = *$$

21 SO INTEGRARE ENTRAMBI

NON CONVIENE DERIVARLI ENTRAMBI

UNA SCELTA VALE L'ALTRA

$$f'(x) = e^x \rightarrow f(x) = e^x$$

$$g(x) = \sin x \rightarrow g'(x) = \cos x$$

$$* = e^x \sin x - \underbrace{\int e^x \cdot \cos x \, dx}_{\text{SI INTEGRA ANCORA PER PARTI CON UNA SCELTA COERENTE}} = * *$$

SI INTEGRA ANCORA PER PARTI
CON UNA SCELTA COERENTE

$$f'(x) = e^x \rightarrow f(x) = e^x$$

$$g(x) = \cos x \rightarrow g'(x) = -\sin x$$

$$* = e^x \sin x - \left[e^x \cos x - \int -e^x \sin x \, dx \right] + C$$

IN SINTESI ABBIAMO:

$$\int e^x \sin x dx = e^x \sin x - e^x \cos x - \int e^x \sin x dx + C$$

COME IN UN'EQUAZIONE:

$$x = a - x$$

$$2x = a$$

$$x = \frac{a}{2}$$

$$2 \int e^x \sin x dx = e^x (\sin x - \cos x) + C$$

DIVIDENDO PER 2

$$\int e^x \sin x dx = \frac{e^x}{2} (\sin x - \cos x) + C$$

ANALOGAMENTE

$$\int e^x \cos x dx$$

ESEMPIO 8

$$\int \underbrace{1 \cdot \sin \ln x}_{\text{green}} dx = *$$

NON LO SO INTEGRARE
LO DEVO DERIVARE

$$f'(x) = 1 \rightarrow f(x) = x$$

$$g(x) = \sin \ln x \rightarrow g'(x) = \cos \ln x \cdot \frac{1}{x}$$

$$* = x \sin \ln x - \int \cancel{\frac{1}{x}} \cos \ln x \cancel{\frac{1}{x}} dx = **$$

NON LO SO INTEGRARE

$$f'(x) = 1 \rightarrow f(x) = x$$

$$g(x) = \cos \ln x \rightarrow g'(x) = \uparrow \sin \ln x \cdot \frac{1}{x}$$

$$** = x \sin \ln x - \left[x \cos \ln x - \int (-\sin \ln x) dx \right] \Rightarrow$$

$$2 \int \sin \ln x dx = x \sin \ln x - x \cos \ln x$$

$\uparrow$ *

$$\Rightarrow \int \sin \ln x dx = \frac{x}{2} [\sin \ln x - \cos \ln x] + C$$

ESEMPIO 9

$$\int \cos^2 x \, dx = \int \cos x \cdot \cos x \, dx = *$$

$$f'(x) = \cos x \rightarrow f(x) = \sin x$$

$$g(x) = \cos x \rightarrow g'(x) = -\sin x$$

$$* = \sin x \cos x - \int \underbrace{-\sin^2 x}_{1 - \cos^2 x} \, dx =$$

$$= \sin x \cos x + \int 1 - \cos^2 x \, dx =$$

$$= \sin x \cos x + x - \int \cos^2 x \, dx$$

ECCO IL CAVE CHE SI MORDE LA CODA

$$2 \int \cos^2 x \, dx = \sin x \cos x + x$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2} [\sin x \cos x + x] + C =$$

$$= \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x + C$$

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

INTEGRALI PER PARTI A COLORI PER TUTTI



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

