Color est e pluribus unus

corso di Matematica

prof. Claudio Desiderio

Modulo2: applicazione delle derivate
Funzioni reali di variabile reale

Unita' 2: applicazioni in fisica

- **Velocità e accelerazione istantanea**
- **Corrente istantanea**
- **Campo elettrico e potenziale**
- **Legge di Faraday Neumann Lenz (forza elettromotrice e corrente indotta)**

"Non accontentarti di restare nel GRIGIO per paura
del NERO, ma punta dritto al BIANCO..
e tuffati dentro!
Entra nel vortice.. quindi, rallenta:
ritroverai tutti i COLORI
e farai splendere sempre la tua Vita!!"

APPLICAZIONE n° 1

- **Velocità e accelerazione istantanea**

SE $s = s(t)$ È L'EQUAZIONE ORARIA DEL MOTO

ALLORA : $v = s'(t) = \dfrac{ds}{dt}$ DERIVATA DELLO SPAZIO RISPETTO AL TEMPO

$a = s''(t) = v'(t) = \dfrac{dv}{dt}$ DERIVATA DELLA VELOCITÀ RISPETTO AL TEMPO

UN ESEMPIO INTERESSANTE

IL MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

EQUAZIONE ORARIA : $s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$

LEGGE VELOCITÀ-TEMPO :

$$v(t) = s'(t) = D\left(s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2\right) =$$

$$= 0 + v_0 \cdot 1 + \frac{1}{2} a \cdot 2t = v_0 + a \cdot t$$

LEGGE ACCELERAZIONE-TEMPO :

$$a = s''(t) = v'(t) = D(v_0 + a \cdot t) = 0 + a \cdot 1 = a$$

ACCELERAZIONE COSTANTE

ESEMPIO

UN PUNTO MATERIALE SI MUOVE SU UN PIANO SEGUENDO LA LEGGE $s(t)=\sqrt{3-t}\,\ln t$ IN UNITÀ S.I. CALCOLA IL MODULO DELLA SUA ACCELERAZIONE IN $t=2\,s$

VELOCITÀ ISTANTANEA

$$v(t)=s'(t)=D\left(\sqrt{3-t}\,\ln t\right)=\frac{-1}{2\sqrt{3-t}}\ln t+\frac{\sqrt{3-t}}{t}$$

ACCELERAZIONE ISTANTANEA:

$$a=s''(t)=v'(t)=D\left(-\frac{\ln t}{2\sqrt{3-t}}+\frac{\sqrt{3-t}}{t}\right)=-\frac{1}{2}\,\frac{\frac{1}{t}\sqrt{3-t}-\frac{\ln t}{2\sqrt{3-t}}\cdot(-1)}{\left(\cancel{\sqrt{\ }}3-t\right)^{\cancel{2}}}+$$

$$+\frac{\frac{-1}{2\sqrt{3-t}}t-1\cdot\sqrt{3-t}}{t^{2}}=-\frac{1}{2}\,\frac{\frac{2(3-t)+t\ln t}{2t\sqrt{3-t}}}{3-t}+\frac{\frac{-t-2(3-t)}{2\sqrt{3-t}}}{t^{2}}$$

ACCELERAZIONE IN $t=2\,s$ $\quad a(2\,s)=-\frac{3+\ln 2}{4}$

PROVACI TU...

1. $s(t)=3t^{3}-4t^{2}+5t+1$ $\qquad v(t)=?\quad a(t)=?$
2. $s(t)=x\cdot e^{-2x+1}$ $\qquad v(t)=?\quad a(0)=?$
3. $s(t)=(x^{2}+1)\ln(x^{2}+1)$ $\qquad v(1)=?\quad a(2)=?$

APPLICAZIONE n° 2

- **Corrente istantanea**

IN CASO DI CIRCUITI A CORRENTE VARIABILE
L'INTENSITÀ DI CORRENTE ISTANTANEA È DATA DA:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

DERIVATA DELLA CARICA ELETTRICA

RISPETTO AL TEMPO

INTENSITÀ DI CORRENTE

ESEMPIO

LA MISURA DELLA CARICA ELETTRICA CHE ATTRAVERSA LA SEZIONE DI UN CONDUTTORE IN FUNZIONE DEL TEMPO t È DATA DALLA RELAZIONE (IN UNITÀ S.I.)

$$q(t) = (t^2 + t + 1)^2$$

DETERMINA L'INTENSITÀ DI CORRENTE IN FUNZIONE DI t, E LA CORRENTE NELL'ISTANTE $t = 2\ s$.

CORRENTE ISTANTANEA:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = q'(t) = D\left((t^2+t+1)^2\right) =$$
$$= 2(t^2+t+1)\cdot(2t+1).$$

CORRENTE NELL'ISTANTE $t = 2\ s$.

$$i(2) = 2(2^2 + 2 + 1)\cdot(2\cdot 2+1) = 2\cdot 7\cdot 5 = 70\,A$$

APPLICAZIONE n° 3

- **Campo elettrico e potenziale**

SE IL POTENZIALE V VARIA UNICAMENTE LUNGO UNA SOLA DIREZIONE x SECONDO LA LEGGE:

$$V = V(x)$$

ALLORA IL CAMPO ELETTRICO IN FUNZIONE DI x È UGUALE A:

$$\boxed{E(x) = -V'(x)}$$

ESEMPIO

IL POTENZIALE ELETTRICO V VARIA UNICAMENTE LUNGO UNA SOLA DIREZIONE x SECONDO LA LEGGE: $V(x) = (x^2+1)\ln(x^2+1)$

DOPO AVER DETERMINATO LA LEGGE DEL CAMPO ELETTRICO IN FUNZIONE DI x, DETERMINARE IL SUO VALORE IN $x = 0\,m$

APPLICAZIONE n° 4

- **Legge di Faraday Neumann Lenz (forza elettromotrice e corrente indotta)**

$$\mathcal{E}_i(t) = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

LEGGE DI OHM

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

ESEMPIO

IL FLUSSO DI UN CAMPO MAGNETICO ATTRAVERSO UNA SPIRA DI RESISTENZA $R = 10\,\Omega$ VARIA NEL TEMPO SECONDO LA LEGGE: $\Phi(t) = 3\sin^2\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ IN UNITÀ S.I. DETERMINA L'INTENSITÀ DI CORRENTE CHE FLUISCE NELLA SPIRA.

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{1}{R}D\left(3\sin^2\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)\right) =$$

$$= -\frac{1}{R}\left(3\cdot\underbrace{2\sin\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)}_{2\sin\alpha\cos\alpha\,=\,\sin 2\alpha}\cdot 2\right) =$$

$$= -\frac{1}{10}\left(6 \cdot \sin 2\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)\right) = -\frac{3}{5} \sin\left(4t + \frac{2}{3}\pi\right)$$