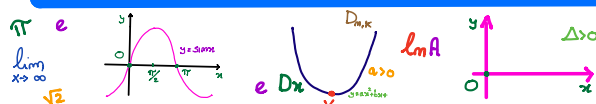


MATEMATICA A COLORI PER TUTTI

STUDIO DEL GRAFICO DI UNA FUNZIONE

FLIPPED
MATH



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

STUDIO DI FUNZIONE A COLORI PER TUTTI IN 10 PUNTI

1. DOMINIO O INSIEME DI DEFINIZIONE o DI ESISTENZA
2. EVENTUALE SIMMETRIA (PARI-DISPARI)
3. EVENTUALE PERIODICITÀ
4. INTERSEZIONE CON GLI ASSI
5. STUDIO DEL SEGNO

6. PRIMO APPROCCIO AL GRAFICO

7. LIMITI AGLI ESTREMI DEL DOMINIO E ASINTOTI
8. MONOTONIA E RICERCA DEGLI ESTREMI RELATIVI, STUDIANDO: $f'(x) \geq 0$
9. CONCAVITÀ E RICERCA DEI FLESSI STUDIANDO: $f''(x) \geq 0$

10. RAPPRESENTAZIONE DEL GRAFICO COMPETO

WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

EX. 5 $f(x) = \sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}}$

1. DOMINIO $C.E. \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq 0 \end{cases} \quad D = [-4; 0[\cup]0; +\infty[$

2. EVENTUALE SIMMETRIA (PARI-DISPARI)

NON CI SONO SIMMETRIE (PARI-DISPARI) $f(-x) \neq \pm f(x)$

3. EVENTUALE PERIODICITÀ NESSUNA (FUNZIONE NON GONIOMETRICA)

4. INTERSEZIONE CON GLI ASSI

$x=0 \rightarrow 0 \notin D$ NON INTERSECA L'ASSE Y

$y=0 \rightarrow \sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}} = 0 \rightarrow \sqrt{x+4} = 0 \rightarrow x = -4 \quad A(-4; 0)$
 $e^{\frac{1}{3x}} = 0 \rightarrow \text{MAI } \nexists x \in \mathbb{R}$

5. STUDIO DEL SEGNO

$f(x) \gtrless 0$

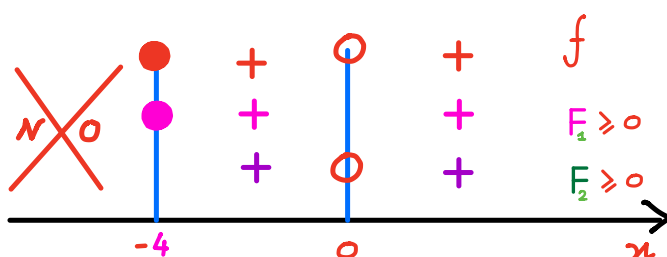
$\sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}} \gtrless 0$

$F_1 \gtrless 0 \quad \sqrt{x+4} \gtrless 0 \rightarrow x+4 \gtrless 0 \rightarrow x \gtrless -4$

$F_2 \gtrless 0 \quad e^{\frac{1}{3x}} \gtrless 0 \rightarrow \forall x \in D \quad (x \neq 0)$

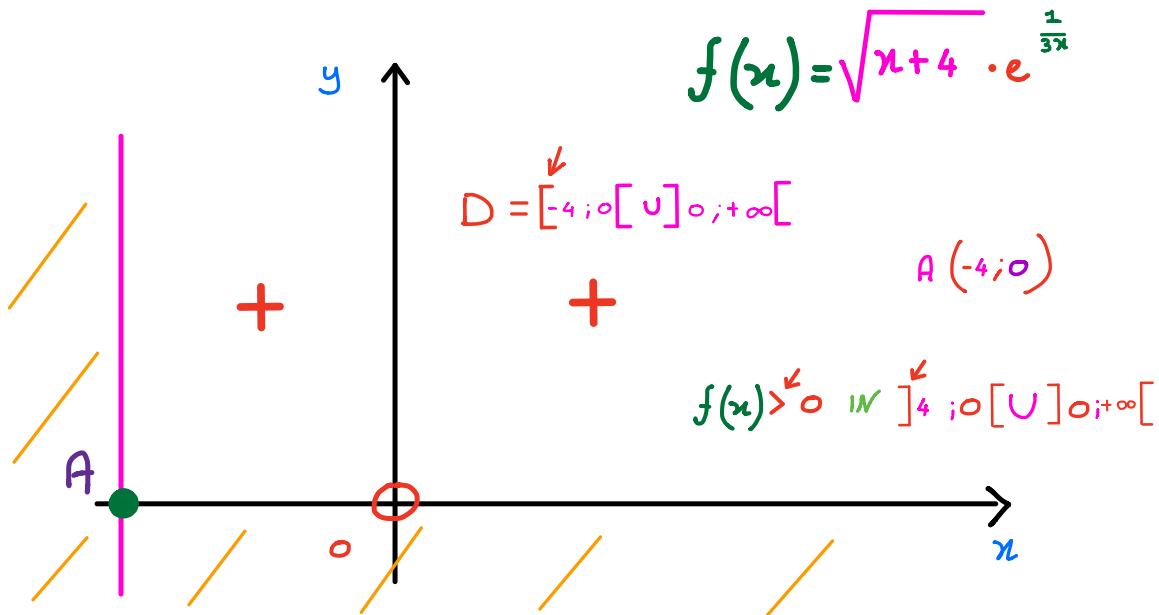
$D = [-4; 0[\cup]0; +\infty[$

GRAFICO DEI SEGNI NEL DOMINIO



$f(x) \gtrless 0 \text{ in }]-4; 0[\cup]0; +\infty[$
 $f(x) \gtrless 0 \text{ MAI } \nexists x \in \mathbb{R}$

6. PRIMO APPROCCIO AL GRAFICO



2. LIMITI AGLI ESTREMI DEL DOMINIO E ASINTOTI

$D = [-4; 0[\cup]0; +\infty[$

● $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}} = [2 \cdot e^{+\infty}] = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3x} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

$x = 0$
ASINTOTO VERTICALE

● $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}} = [2 \cdot e^{+\infty}] = 0^+$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{3x} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$

IL GRAFICO DELLA FUNZIONE TENDE
AL PUNTO $O(0; 0)$ DA SINISTRA

● $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}} = [+ \infty \cdot e^0] = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3x} = 0^+$ $e^0 = 1$

NON C'E' ASINTOTO ORIZZONTALE

CERCHIAMO L'ASINTOTO OBLIQUO

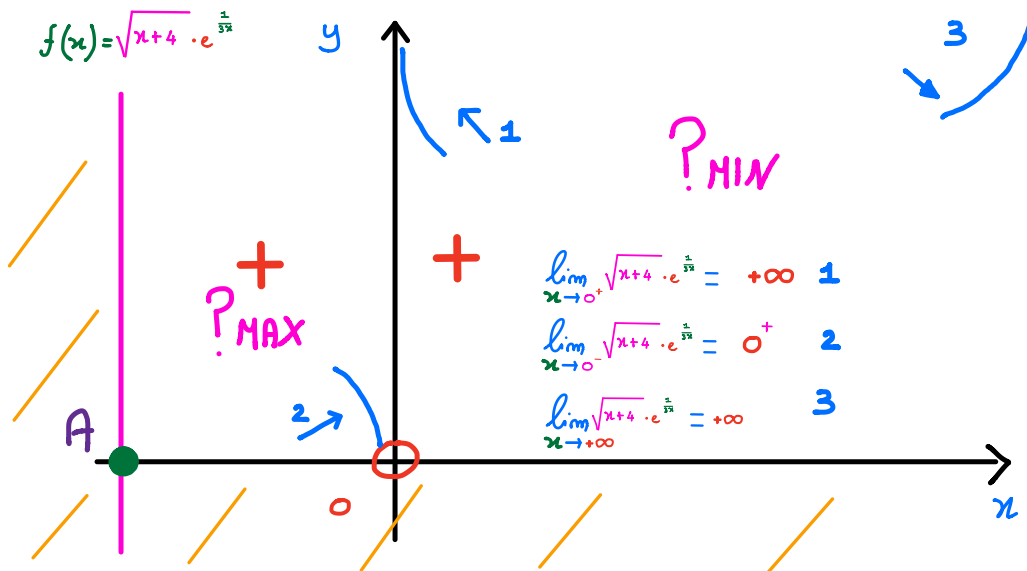
● $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+4}}{x} \cdot e^{\frac{1}{3x}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+4}}{x} = 0$

NON C'E' ASINTOTO OBLIQUO

L'INFINITO HA "GRADO MAGGIORE" AL DENOMINATORE

AGGIORNAMENTO DEL GRAFICO



8. MONOTONIA E RICERCA DEI GLI ESTREMI RELATIVI

$f(x) = \sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}}$
 $D = [-4; 0[\cup] 0; +\infty[\leftarrow$

DERIVATA PRIMA:

DERIVATA DI UN PRODOTTO

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} e^{\frac{1}{3x}} + \sqrt{x+4} e^{\frac{1}{3x}} \frac{-1}{3x^2} = e^{\frac{1}{3x}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x+4}} - \sqrt{x+4} \frac{1}{3x^2} \right) =$$

$D\sqrt{g(x)} = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$
 $D e^{g(x)} = e^{g(x)} \cdot g'(x)$

$$= e^{\frac{1}{3x}} \left(\frac{3x^2 - 2(x+4)}{6x^2 \sqrt{x+4}} \right) = e^{\frac{1}{3x}} \frac{3x^2 - 2x - 8}{6x^2 \sqrt{x+4}}$$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{3x}} \frac{3x^2 - 2x - 8}{6x^2 \sqrt{x+4}} \rightarrow x \neq -4 \quad D' =]-4; 0[\cup]0; +\infty[\leftarrow$$

STUDIO DEL SEGNO: $f'(x) \geq 0$

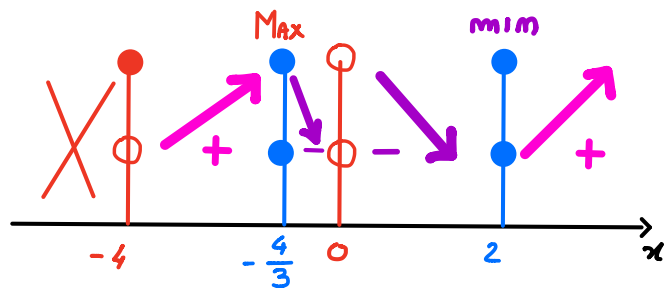
GRAFICO DEI SEGNI NEL DOMINIO

$$e^{\frac{1}{3x}} \frac{3x^2 - 2x - 8}{6x^2 \sqrt{x+4}} \geq 0$$

$x \neq 0$ + $x \neq 0$ + $x \neq -4$

$$3x^2 - 2x - 8 \geq 0 \rightarrow \frac{\Delta}{4} = 1 + 24 = 25$$

$$x = 1 \pm 5 = \begin{matrix} -\frac{4}{3} \\ 2 \end{matrix} \quad x \leq -\frac{4}{3} \vee x \geq 2$$



f CRESCENTE $\nearrow$ IN $] -4; -\frac{4}{3} [$ E IN $] 2; +\infty [$

f DECRESCENTE $\searrow$ IN $] -\frac{4}{3}; 0 [$ E IN $] 0; 2 [$

$$x = 2 \text{ MINIMO RELATIVO} \rightarrow f(2) = \sqrt{2+4} \cdot e^{\frac{1}{6}} = \sqrt{6} \cdot e^{\frac{1}{6}} = d \simeq 2,89 \rightarrow m(2; d)$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ MASSIMO RELATIVO} \rightarrow f(-\frac{4}{3}) = \sqrt{-\frac{4}{3}+4} \cdot e^{\frac{1}{-4}} = \sqrt{\frac{8}{3}} \cdot e^{-\frac{1}{4}} = \beta \simeq 1,27 \rightarrow M(-\frac{4}{3}; \beta)$$

$$f(-4) = 0 \leq f(x) \quad \forall x \in D \rightarrow A(-4; 0) \text{ MINIMO ASSOLUTO}$$

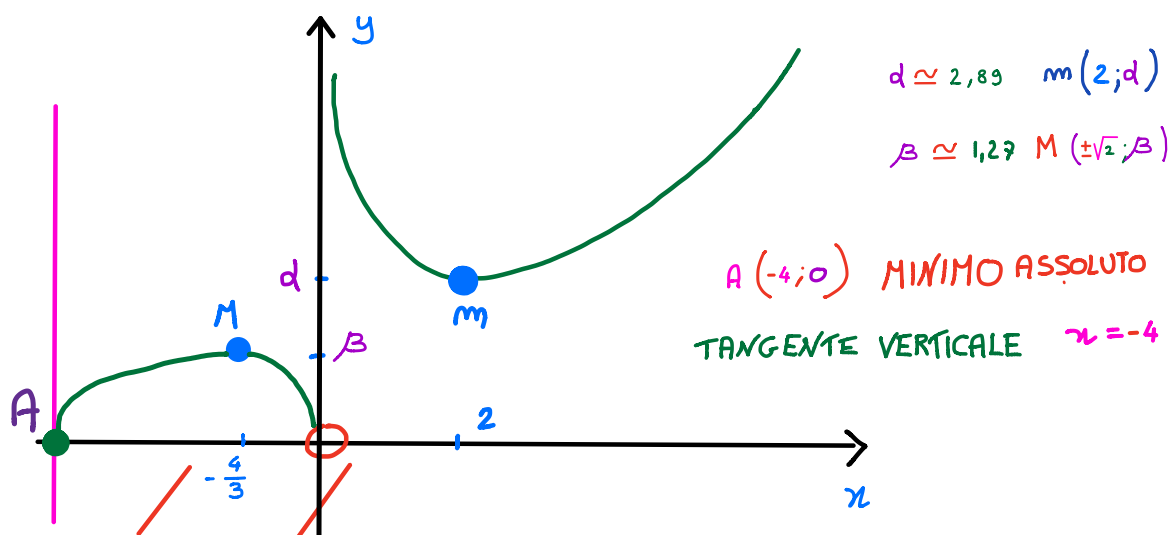
DERIVABILITÀ IN $x_0 = -4 \rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -4^+} e^{\frac{1}{3x}} \frac{3x^2 - 2x - 8}{6x^2 \sqrt{x+4}} = +\infty$$

TANGENTE VERTICALE
 $x = -4$

AGGIORNAMENTO DEL GRAFICO

$$f(x) = \sqrt{x+4} \cdot e^{\frac{1}{3x}}$$



SI PUÒ OMETTERE LO STUDIO DELLA
CONCAVITÀ E LA RICERCA DEI FLESSI

PROVACI TU...

1. $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot e^{x-1}$

2. $f(x) = \sqrt{x^2-1} \cdot e^{\frac{1}{x^2-1}}$

3. $f(x) = e^{\sqrt{x-1}}$

4. $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot e^{\frac{1}{x-1}}$