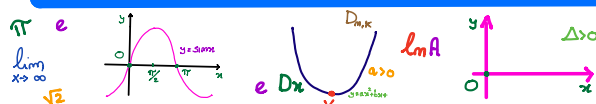


MATEMATICA A COLORI PER TUTTI

EQUAZIONI
DIFFERENZIALI
DEL 1° ORDINE
E 2° ORDINE
ESERCITAZIONE

FLIPPED
MATH



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

MATEMATICA A COLORI PER TUTTI



FLIPPED
MATH

EQUAZIONI
DIFFERENZIALI
BLOG



WWW.CLAUDIODESIDERIO.WORDPRESS.COM

ESERCITAZIONE

$$1. \quad y' = \frac{x+2}{x^2-6x+10}$$

$$2. \quad y' = \arcsin 2x$$

$$3. \quad y' = \frac{xy}{x^2+4}$$

$$4. \quad y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{x^2-4}$$

$$5. \quad y' = \sin x + y$$

$$6. \quad y' = x + \frac{y}{2\sqrt{x}}$$

$$7. \quad y' = x + 2y \quad y(0) = 0$$

$$8. \quad y'' + y' = e^{-x} \quad y(0) = 0 \quad y =$$

$$9. \quad y'' + 9y = \sin x \quad y(0) = 0 \quad y =$$

$$10. \quad y'' - 6y' + 9y = x^2 \quad y(0) = 1 \quad y =$$

$$1. \quad y' = \frac{x+2}{x^2-6x+10} \quad \text{PRIMO ORDINE}$$

$$\text{CASO SEMPLICE: } y' = f(x)$$

$$y = \int \frac{x+2}{x^2-6x+10} dx$$

$$\Delta = 36 - 40 < 0$$

PRIMA CERCHIAMO DI OTTENERE
AL NUMERATORE LA DERIVATA DEL DENOMINATORE
PER APPLICARE LA REGOLA:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c$$

QUINDI TRASFORMEREMO IL DENOMINATORE
IN MODO DA APPLICARE LA REGOLA:

$$\int \frac{f'(x)}{1 + f(x)^2} dx = \arctan f(x) + c$$

$$\left[y(x) = \frac{1}{2} \ln |x^2 - 6x + 10| + 5 \arctan (x-3) + c \right]$$

$$2. \quad y' = \arcsin 2x \quad \text{PRIMO ORDINE}$$

$$\text{CASO SEMPLICE:} \quad y' = f(x)$$

$$y = \int 1 \cdot \arcsin 2x \, dx$$

INTEGRALE PER PARTI

$$\int f'(x) \cdot g(x) \, dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) \, dx$$

$$f'(x) = 1$$

$$\rightarrow f(x) = x$$

$$g(x) = \arcsin 2x$$

$$\rightarrow g'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-(2x)^2}}$$

$$\left[y(x) = x \arcsin 2x + \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2} + c \right]$$

$$3. \quad y' = \frac{x y}{x^2 + 4} \rightarrow y' = \frac{x}{x^2 + 4} y$$

A VARIABILI SEPARABILI

$$y' = g(x) \cdot h(y)$$

$$[y(x) = K \sqrt{x^2 + 4}]$$

$$4. \quad y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{x^2-4} \rightarrow y' = \frac{1}{x} y + \frac{x}{x^2-4}$$

$$y' = a(x)y + b(x)$$

FORMULA RISOLUTIVA

$$y = e^{A(x)} \cdot \int b(x) e^{-A(x)} dx$$

$$A(x) = \int a(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$y = e^{\ln|x|} \cdot \int \frac{x}{x^2-4} \cdot e^{-\ln|x|} dx = |x| \cdot \int \frac{x}{x^2-4} \cdot \frac{1}{|x|} dx =$$

$e^{\ln|x|} = |x|$

$$= x \cdot \int \frac{\cancel{x}}{x^2-4} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} dx = x \cdot \int \frac{1}{(x-2)(x+2)} dx =$$

METODO DELLE COSTANTI

$$\int \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+2)} dx =$$

$$\left[y(x) = \frac{1}{4} x \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c x \right]$$

$$5. \quad y' = \sin x + y \quad \rightarrow \quad y' = 1 y + \sin x$$

$$y' = a(x) y + b(x)$$

FORMULA RISOLUTIVA

$$y = e^{A(x)} \cdot \int b(x) e^{-A(x)} dx$$

$$A(x) = \int a(x) dx = \int 1 dx = x + c$$

$$y = e^x \cdot \int \sin x \cdot e^{-x} dx$$

"CANE CHE SI MORDE LA CODA"

$$\left[y(x) = -\frac{1}{2} (\sin x + \cos x) + c e^x \right]$$

$$6. \quad y' = x + \frac{y}{2\sqrt{x}} \rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} y + x$$

$$y' = a(x)y + b(x)$$

FORMULA RISOLUTIVA

$$y = e^{A(x)} \cdot \int b(x) e^{-A(x)} dx$$

$$A(x) = \int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$$

$$y = e^{\sqrt{x}} \cdot \int x \cdot e^{-\sqrt{x}} dx$$

INTEGRALE PER SOSTITUZIONE

$$* \begin{cases} \sqrt{x} = t \\ x = t^2 \\ dx = 2t dt \end{cases}$$

$$\boxed{y(x) = -2\sqrt{x}^3 - 6x - 12\sqrt{x} - 12 + c e^{\sqrt{x}}}$$

$$7. \quad y' = x + 2y \quad y(0) = 0 \quad \text{PROBLEMA DI CAUCHY}$$

$$\rightarrow y' = 2y + x$$

$$y' = a(x)y + b(x)$$

FORMULA RISOLUTIVA

$$y = e^{A(x)} \cdot \int b(x) e^{-A(x)} dx$$

$$\left[y(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}e^{2x} \right]$$

$$8. \quad y'' + y' = e^{-x}$$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE
DEL 2° ORDINE

LA SOLUZIONE SI TROVA SOMMANDO 2 SOLUZIONI PARTICOLARI

$$y(x) = y_1(x) + y_2(x)$$

$y_1(x)$ È LA SOLUZIONE DELL'OMOGENA ASSOCIATA

$$y'' + y' = 0$$

EQUAZIONE CARATTERISTICA:

$$\Delta > 0$$

$$k^2 + k = 0 \quad \begin{matrix} k_1 = 0 \\ k_2 = -1 \end{matrix}$$

LE SOLUZIONI SONO:

QUINDI L'INTEGRALE GENERALE È:

$$y = c_1 e^{0x} + c_2 e^{-1x}$$

$\Rightarrow$

$$y_1(x) = c_1 + c_2 e^{-x}$$

UTILIZZANDO IL METODO DELLE SOMIGLIANZE

TROVIAMO $y_2(x)$

$$p(x) = e^{-x} \quad d = -1 = k_2$$

QUINDI

$$y_2(x) = x B e^{-x}$$

TROVIAMO B SOSTITUENDO NELL'EQUAZIONE

$$y'' + y' = e^{-x} \quad y_2(x) = x B e^{-x}$$

$$y_2'(x) = 1 B e^{-x} + x B e^{-x} \cdot (-1) = B e^{-x} - x B e^{-x}$$

$$y_2''(x) = B e^{-x} \cdot (-1) - 1 B e^{-x} - x B e^{-x} \cdot (-1) =$$

$$= -B e^{-x} - B e^{-x} + x B e^{-x} = -2B e^{-x} + x B e^{-x}$$

SOSTITUENDO NELL'EQUAZIONE $y'' + y' = e^{-x}$

$$-2B e^{-x} + x B e^{-x} + B e^{-x} - x B e^{-x} = e^{-x}$$

$$-B e^{-x} = e^{-x} \rightarrow B = -1$$

$$\rightarrow y_2(x) = -1 x e^{-x}$$

L'INTEGRALE GENERALE È:

$$y(x) = y_1(x) + y_2(x)$$

$$y(x) = c_1 + c_2 e^{-x} - x e^{-x}$$

8. $y'' + 9y = \sin x$ EQUAZIONE DIFFERENZIALE
DEL 2° ORDINE

$$\Delta < 0$$

EQUAZIONE CARATTERISTICA:

$$k^2 + 9 = 0 \quad k^2 = -9$$

$$k = \pm 3i = \underset{\substack{\uparrow \\ d}}{0} \pm \underset{\substack{\uparrow \\ B}}{3} i$$

LE SOLUZIONI SONO:

QUINDI L'INTEGRALE GENERALE È:

$$y = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x$$

{ WORK
IN
PROGRESS }

$$8. y'' - 6y' + 9y = x^2$$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE

$$\Delta = 0$$

DEL 2° ORDINE

EQUAZIONE CARATTERISTICA:

$$k^2 - 6k + 9 = 0 \quad (k-3)^2 = 0$$

LE SOLUZIONI SONO: $k = 3$

QUINDI L'INTEGRALE GENERALE È:

$$y = e^{3x} (c_1 + c_2 x)$$

$$\left[y(x) = e^{3x} (c_1 + c_2 x) + \frac{1}{9} x^2 + \frac{4}{27} x + \frac{2}{27} \right]$$

{ WORK
IN
PROGRESS }