

DISEQUAZIONI FRATTE

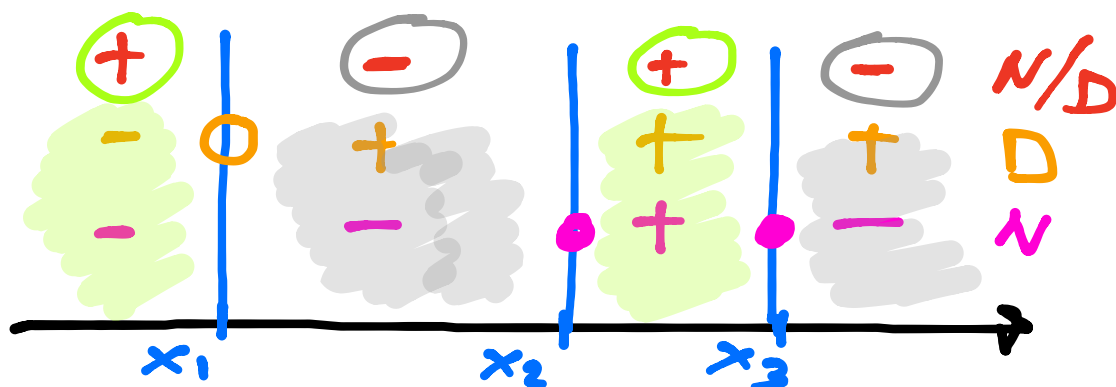
$$\frac{N(x)}{D(x)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$$

INDIPENDENTEMENTE DAL VERSO DELLA DISEQUAZIONE SI STUDIA IL SEGNO DI $N(x)$ E $D(x)$ PONENDOLI ENTRAMBI POSITIVI:

$$\begin{matrix} N(x) \geq 0 \\ D(x) > 0 \end{matrix}$$

N.B. L'UGUALE SI METTE SOLO AL NUMERATORE MA SOLO SE RICHIESTO

I RISULTATI SI RAPPRESENTANO IN UN GRAFICO DEI SEGNI



IN BASE AL VERSO SI PRENDONO LE SOLUZIONI CON IL + O CON IL -

ESEMPIO 1

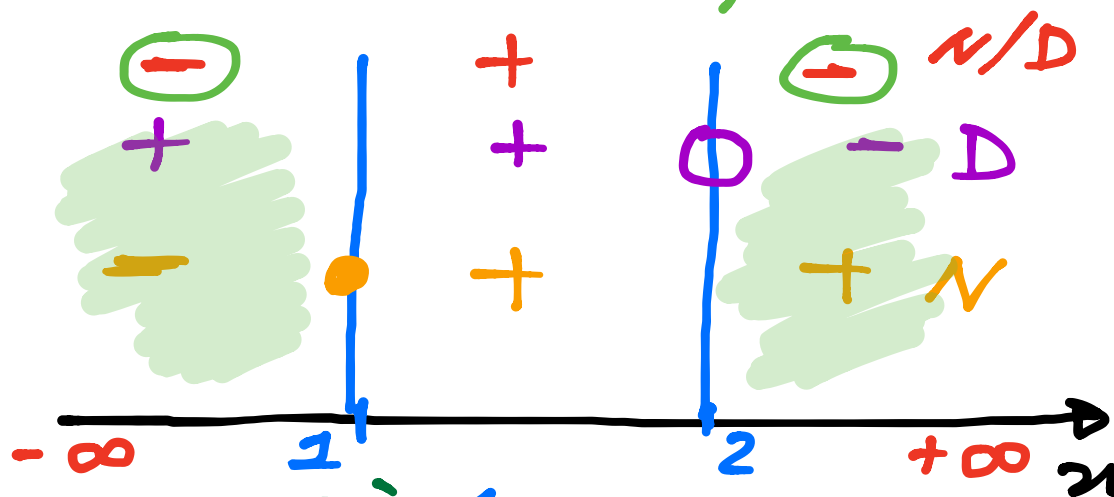
$$\frac{x-1}{2-x} \leq 0 \quad (-)$$

STUDIO DEL SEGNO:

$$N(x) \geq 0: x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$D(x) > 0: 2-x > 0 \Rightarrow x < 2$$

GRAFICO DEI SEGNI
(METTEREMO IL + DOVE È VERIFICATO
ED IL - ALTROVE)



IL VERSO È $\leq$ E QUINDI CI
INTERESSANO LE SOLUZIONI CON -
 $S =]-\infty; 1] \cup]2; +\infty[$

EX 2

$$\frac{2x-1}{x-3} > 1$$

PRIMA BISOGNA SPOSTARE 1 A SINISTRA

$$\frac{2x-1}{x-3} - 1 > 0 \qquad \frac{2x-1-x+3}{x-3} > 0$$

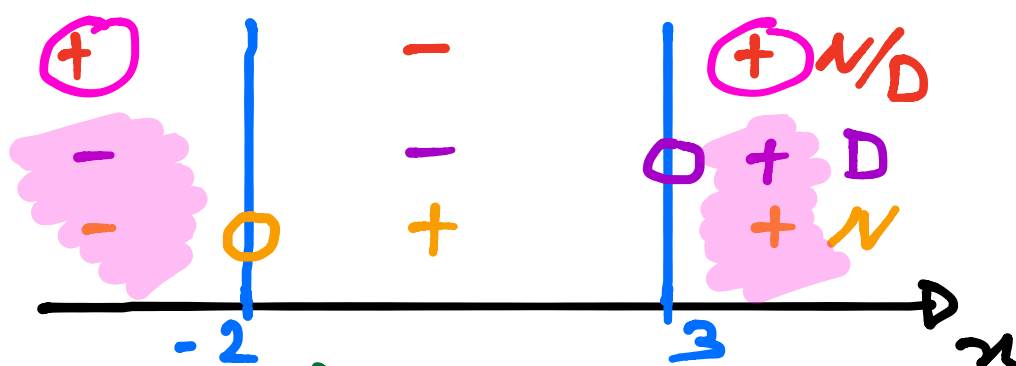
$$\frac{x+2}{x-3} > 0 \quad (+)$$

STUDIO DEL SEGNO:

$$N(x) > 0 : x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$$

$$D(x) > 0 : x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

GRAFICO DEI SEGNI:



IL VERSO È $>$ QUINDI C.I.
INTERESSANO LE SOLUZIONI CON $+$

$$S =]-\infty; -2[\cup]3; +\infty[$$

CASI PARTICOLARI

① SE $N(x)$ E $D(x)$ SONO DI 1° GRADO
(SE I COEFFICIENTI DI x SONO POSITIVI)

SI PUÒ RISOLVERE DIRETTAMENTE
CON LA REGOLA :

> VAL. ESTERNI

< VAL. INTERNI

EX.

$$\frac{x-2}{5-x} \geq 0$$

↑ SI MOLTIPLICA IL DENOMINATORE
PER -1 E SI CAMBIA IL VERSO

$$\frac{x-2}{x-5} \leq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x-5=0 \rightarrow x=5 \end{array} \right.$$

< VAL. INTERNI

(AL NUMERATORE
SI AGGIUNGE

2 'UGUALE
PERCHÉ RICHIESTO)

$$S: 2 < x < 5$$

$$S = [2; 5[$$

② SE $N(x)$ O $D(x)$ SONO SEMPRE
POSITIVI

$$\frac{+}{D(x)} > 0 \iff D(x) > 0$$

(AFFINCHÉ LA FRAZIONE SIA POSITIVA
ANCHE IL DENOMINATORE DEVE ESSERE
POSITIVO)

$$\frac{+}{D(x)} < 0 \iff D(x) < 0$$

(AFFINCHÉ LA FRAZIONE SIA NEGATIVA
ANCHE IL DENOMINATORE DEVE ESSERE
NEGATIVO)

EX.

$$\frac{3}{x+1} \leq 0 \quad \frac{+}{?} \leq 0$$

$$\iff x+1 < 0 \iff x < -1$$

ALTRI ESEMPI

$$\frac{x - x^2}{x^2 - 7x + 12} < 0$$

STUDIO DEL SEGNO

$$N(x) \geq 0 : \underset{\uparrow}{x} - x^2 \geq 0 \quad + x^2 - x \leq 0$$

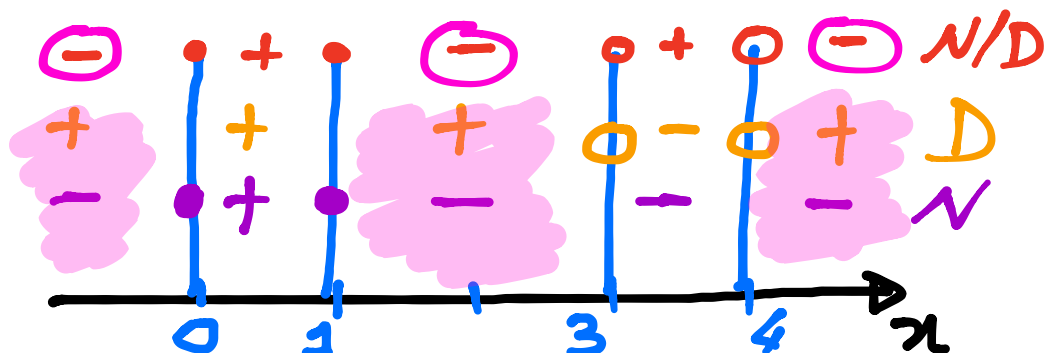
$$x(x-1) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array} \right. \quad \text{VAL. INT.} \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$D(x) > 0 : x^2 - 7x + 12 > 0$$

$$= +7 \quad p = 12 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \end{array} \right.$$

VAL. ESTERNI : $x < 3 \vee x > 4$

GRAFICO DEI SEGNI



SOL. CON - : $S =]-\infty, 0] \cup [1, 3[\cup]4, +\infty[$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+1} \leq 1$$

SI SPOSTA 1
A SINISTRA

$$\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+1} - 1 \leq 0$$

m.c.m.
(x-2)(x+1)

$$\frac{x^2 + x - 3x + 6 - 1(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)} \leq 0$$

*

$$(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$$

TRINOMIO
NOTEVOLE

N.B. IL DENOMINATORE
NON SI PUO' ELIMINARE
PERCHE' INFLUENZA IL
SEGNO DELLA FRAZIONE

$$\frac{\cancel{x^2} + x - 3x + 6 - \cancel{x^2} + x + 2}{(x-2)(x+1)} \leq 0$$

$$\frac{-x + 8}{(x-2)(x+1)} \leq 0$$

1 FATTORE
AL DENOMINATORE
NON SI MOLTIPLICHO

STUDIO DEL SEGNO

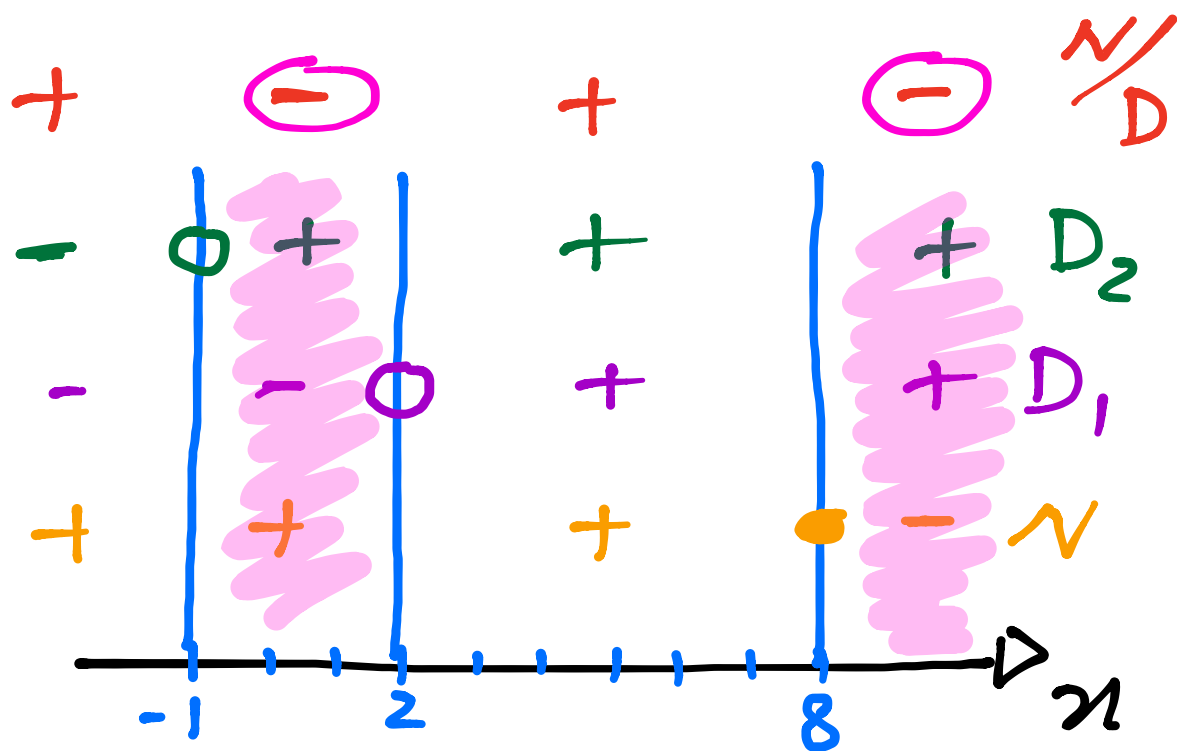
(AL DENOMINATORE CI SONO 2
FATTORI)

$$N(x) \geq 0 : -x + 8 \geq 0 \Rightarrow x \leq 8$$

$$D_1(x) > 0 : x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

$$D_2(x) > 0 : x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$$

GRAFICO DEI SEGNI



CI INTERESSANO LE SOLUZIONI
CON IL -

$$S =]-1; 2[\cup [8; +\infty[$$

DISEQUAZIONI CON PRODOTTI DI PIU' FATTORI

ESEMPIO: $(x-1) \cdot (x+2)(3-x) \leq 0$

STUDIO DEL SEGNO:

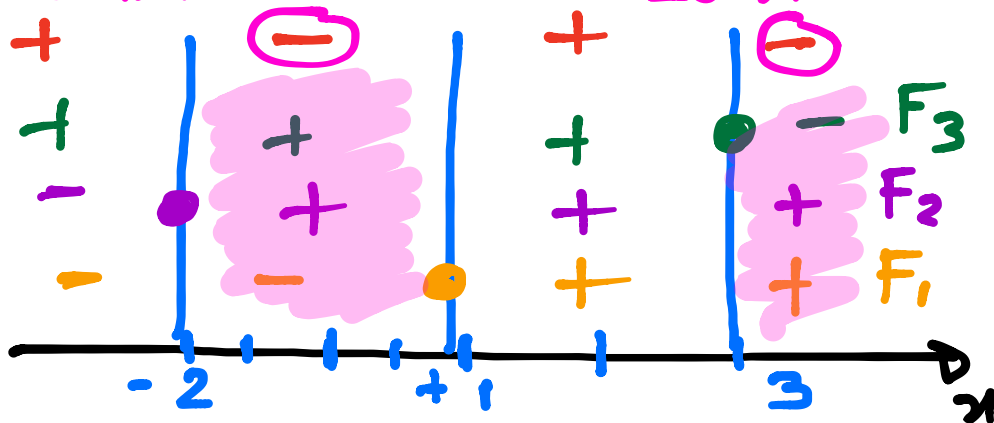
$$F_1(x) \geq 0 : x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$F_2(x) \geq 0 : x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$$

$$F_3(x) \geq 0 : 3-x \geq 0 \rightarrow x \leq 3$$

↑
L'UGUALE SI AGGIUNGE IN TUTTI E 3

GRAFICO DEI SEGNI



SI PRENDONO LE SOLUZIONI CON -

$$S = [-2; +1] \cup [3; +\infty[$$