

DISEQUAZIONI DI 2° GRADO

COMPLETE

$$ax^2 + bx + c \gtrless 0$$

$$a > 0$$

SI TROVA IL DETERMINANTE

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

E IN BASE AL SEGNO SI DIVIDONO 3 CASI

1° CASO: $\Delta > 0$

L'EQUAZIONE ASSOCIATA AMMETTE 2 RADICI DISTINTE

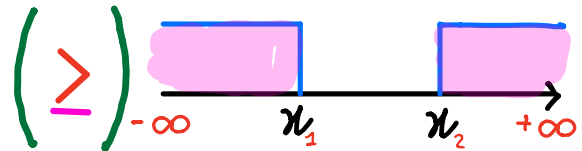
FORMULA RISOLUTIVA:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

E IN BASE AL VERSO DELLA DISEQUAZIONE SI CONSIDERANO

VALORI ESTERNI

VERSO GLI "INFINITI".

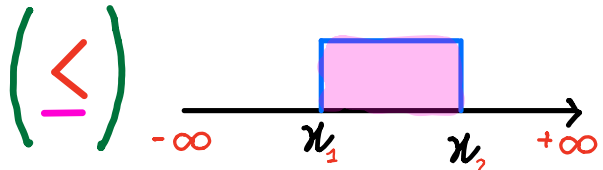


$$x < x_1 \vee x > x_2$$

STESSA REGOLA DELLE SPURIE

VALORI INTERNI

VERSO LA PARTE INTERNA..



$$x_1 < x < x_2$$

2° CASO $\Delta = 0$

L'EQUAZIONE ASSOCIATA AMMETTE 2 RADICI COINCIDENTI

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

IL TRINOMIO SI PUO' SEMPRE ESPRIMERE COME UN

QUADRATO DI BINOMIO

LA DISEQUAZIONE SI RISOLVE COME LE MONOMIE

TENENDO CONTO CHE:

UN QUADRATO E' SEMPRE NON NEGATIVO

- $(*)^2 \geq 0$ SEMPRE VERA $S = \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $(*)^2 > 0$ QUASI SEMPRE VERA $S = \mathbb{R} - \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$
 $\forall x \in \mathbb{R} \wedge x \neq -\frac{b}{2a}$
- $(*)^2 < 0$ MAI VERA $\nexists x \in \mathbb{R} \quad S = \emptyset$
- $(*)^2 \leq 0$ SOLO SE $x = 0 \quad S = \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$

3° CASO $\Delta < 0$ EQUAZIONE IMPOSSIBILE

L'EQUAZIONE ASSOCIATA NON AMMETTE RADICI REALI

TRINOMIO IRRIDUCIBILE

- $ax^2 + bx + c \geq 0$ SEMPRE VERA $S = \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $ax^2 + bx + c \leq 0$ MAI VERA $\nexists x \in \mathbb{R} \quad S = \emptyset$

ESEMPIO 1 $\Delta > 0$ PRIMO METODO

● $x^2 + 5x + 6 > 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 25 - 24 = 1$$

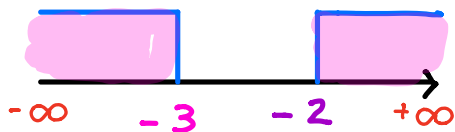
$$\Delta > 0$$

L'EQUAZIONE ASSOCIATA AMMETTE 2 RADICI DISTINTE

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

SI GUARDA IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE

> 0 VALORI ESTERNI (VERSO L'INFINITO ... E OLTRE)



MINORE DELLA MINORE e
MAGGIORE DELLA MAGGIORE

$$S: x < -3 \vee x > -2$$

$$S = (-\infty; -3 [\cup] -2; +\infty)$$

ESEMPIO 2 $\Delta > 0$ PRIMO METODO

● $6x^2 - 5x + 1 < 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 25 - 24 = 1$$

$$\Delta > 0$$

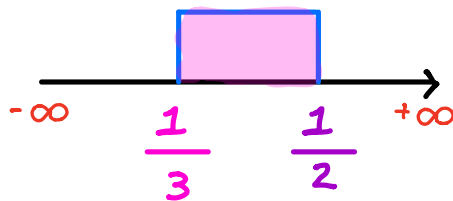
L'EQUAZIONE ASSOCIATA AMMETTE 2 RADICI DISTINTE

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+5 \pm \sqrt{1}}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

SI GUARDA IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE

< 0 VALORI INTERNI

VERSO LA PARTE INTERNA..



$$S: \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$$

$$S = \left] \frac{1}{3} ; \frac{1}{2} \right[$$

ESEMPIO 3 $\Delta > 0$ SECONDO METODO
SOLO SE b È PARI

● $x^2 + 6x + 5 > 0$

DELTA QUARTI

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c$$

$$\frac{\Delta}{4} = 9 - 5 = 4 \quad \text{CALCOLI PIÙ SEMPLICI}$$

L'EQUAZIONE ASSOCIATA AMMETTE 2 RADICI DISTINTE

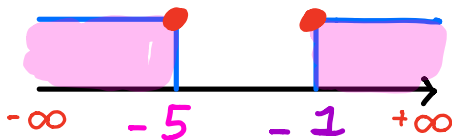
$$\Delta > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = \frac{-3 \pm \sqrt{4}}{1} = \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

↑ FORMULA RIDOTTA

SI GUARDA IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE

> 0 VALORI ESTERNI (VERSO L'INFINITO ... E OLTRE)



MINORE DELLA MINORE e
MAGGIORE DELLA MAGGIORE

$$S: x \leq -5 \vee x \geq -1$$

$$S = (-\infty; -5] \cup [-1; +\infty)$$

ESEMPIO 4 $\Delta > 0$ SECONDO METODO
SOLO SE b È PARI

● $5x^2 + 6x + 1 < 0$

DELTA QUARTI

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c$$

$\frac{\Delta}{4} = 9 - 5 = 4$ CALCOLI PIÙ SEMPLICI

L'EQUAZIONE ASSOCIATA AMMETTE 2 RADICI DISTINTE

$\Delta > 0$

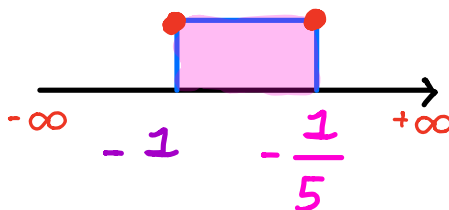
$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = \frac{-3 \pm \sqrt{4}}{5} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

↑ FORMULA RIDOTTA

SI GUARDA IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE

< 0 VALORI INTERNI

VERSO LA PARTE INTERNA..



$S: -1 < x < -\frac{1}{5}$

$S = \left[-1 ; -\frac{1}{5}\right]$

ESEMPIO 5 $\Delta > 0$

TERZO METODO
TRINOMIO NOTEVOLE

● $x^2 - 7x + 6 > 0$

$$x^2 + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{SOMMA}}}{j}x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PRODOTTO}}}{p} = (x + a) \cdot (x + b)$$
$$a + b = j \quad a \cdot b = p$$

NEL NOSTRO CASO:

$$j = -7$$

$$p = +6$$

$$a = -6$$

$$b = -1$$

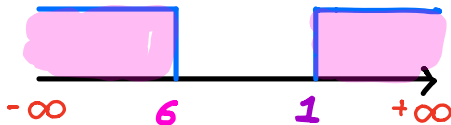
$$x^2 - 7x + 6 = (x - 6) \cdot (x - 1) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{L.A.P.}}}{=} 0$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 1$$

SI GUARDA IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE

> 0 VALORI ESTERNI (VERSO L'INFINITO ... E OLTRE)



MINORE DELLA MINORE e
MAGGIORE DELLA MAGGIORE

$$S: x < 6 \vee x > -2$$

$$S = (-\infty; 6 \cup 1; +\infty)$$

ESEMPIO 6 $\Delta > 0$ TERZO METODO
TRINOMIO NOTEVOLE

● $x^2 - 7x - 8 \leq 0$

$$x^2 + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{SOMMA}}}{3}x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PRODOTTO}}}{p} = (x + a) \cdot (x + b)$$

$$a + b = 3 \quad a \cdot b = p$$

NEL NOSTRO CASO:

$$3 = -7 \quad p = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{SEGNO DISCORDE}}}{-}8$$

$$\begin{cases} a = -8 \\ b = +1 \end{cases}$$

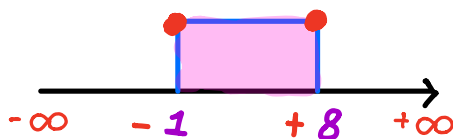
$$x^2 - 7x - 8 = (x - 8) \cdot (x + 1) = 0$$

EQUAZIONE ASSOCIATA $\rightarrow$

$$\begin{cases} x_1 = +8 \\ \text{L.A.P.} \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

≤ 0 VALORI INTERNI

VERSO LA PARTE INTERNA..



$$S: -1 \leq x \leq +8 \quad S = [-1 ; +8]$$

ESEMPIO 7 $\Delta = 0$

● $x^2 + 10x + 25 > 0$

QUADRATO DI BINOMIO
 $(x+5)^2$

NON E' NECESSARIO TROVARE IL Δ

LA DISEQUAZIONE SI RISOLVE COME LE MONOMIE

TENENDO CONTO CHE:

UN QUADRATO E' SEMPRE NON NEGATIVO

$x+5=0 \rightarrow x=-5$ ↓

$(x+5)^2 > 0$ QUASI SEMPRE VERA $S = \mathbb{R} - \{-5\}$

$\forall x \in \mathbb{R} \wedge x \neq -5$

ESEMPIO 8 $\Delta = 0$

● $x^2 - 10x + 25 < 0$

QUADRATO DI BINOMIO
 $(x-5)^2$

NON E' NECESSARIO TROVARE IL Δ

TENENDO CONTO CHE:

UN QUADRATO E' SEMPRE NON NEGATIVO

$x-5=0 \rightarrow x=5$

$(x-5)^2 < 0$ SOLO SE $x = 5$ $S = \{5\}$

ESEMPIO 9

$$\Delta = 0$$

● $25x^2 + 10x + 1 \geq 0$ TROVANDO IL $\frac{\Delta}{4}$

$$\frac{\Delta}{4} = 25 - 25 = 0 \quad \text{DEDUCO CHE HO UN}$$

QUADRATO DI BINOMIO
 $(5x+1)^2$

$$(5x+1)^2 \geq 0 \quad \text{SEMPRE VERA} \quad S = \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

ESEMPIO 10

$$\Delta = 0$$

● $9x^2 - 12x + 4 < 0$

TROVANDO IL $\frac{\Delta}{4}$

$$\frac{\Delta}{4} = 36 - 36 = 0 \quad \text{DEDUCO CHE HO UN}$$

QUADRATO DI BINOMIO
 $(3x-2)^2$

$$(3x-2)^2 < 0 \quad \text{MAI VERA} \quad \nexists x \in \mathbb{R} \quad S = \emptyset$$

ESEMPIO 11 $\Delta < 0$ METODO VELOCE

$$\bullet x^2 + 10x + 26 > 0 \quad \left(x^2 + 10x + 25 \right) + 1 > 0$$

SI PUO' RICONOSCERE UN
QUADRATO DI BINOMIO
 $(x+5)^2$

$$\begin{array}{c} (x+5)^2 + 1 > 0 \\ + \quad + \end{array}$$

LA SOMMA DI 2 NUMERI
POSITIVI E' SEMPRE POSITIVA

SEMPRE VERA $S = \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

ESEMPIO 12 $\Delta < 0$ METODO VELOCE

$$\bullet 9x^2 - 12x + 7 < 0$$

SI PUO' RICONOSCERE UN
QUADRATO DI BINOMIO

$$\left(9x^2 - 12x + 4 \right) + 3 < 0$$

$$(3x-2)^2$$

$$\begin{array}{c} (3x-2)^2 + 3 < 0 \\ + \quad + \end{array}$$

LA SOMMA DI 2 NUMERI
POSITIVI E' SEMPRE POSITIVA

MAI VERA

$\nexists x \in \mathbb{R} \quad S = \emptyset$

ESEMPIO 13 $\Delta < 0$

2° METODO

● $x^2 - 3x + 6 \geq 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 9 - 12 < 0$$

$$\Delta < 0$$

EQUAZIONE IMPOSSIBILE
TRINOMIO IRRIDUCIBILE

L'EQUAZIONE ASSOCIATA NON AMMETTE RADICI REALI

LA DISEQUAZIONE È SEMPRE VERA $S = \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

BASTA FARE UNA VERIFICA... $x = 0 \rightarrow 0 - 0 + 6 \geq 0$ SÌ

ESEMPIO 14 $\Delta < 0$

2° METODO

● $x^2 - 4x + 6 < 0$

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - a \cdot c = 4 - 12 < 0$$

$$\Delta < 0$$

EQUAZIONE IMPOSSIBILE
TRINOMIO IRRIDUCIBILE

L'EQUAZIONE ASSOCIATA NON AMMETTE RADICI REALI

LA DISEQUAZIONE È MAI VERA $\nexists x \in \mathbb{R} \quad S = \emptyset$

BASTA FARE UNA VERIFICA... $x = 0 \rightarrow 0 - 0 + 6 < 0$ NO

