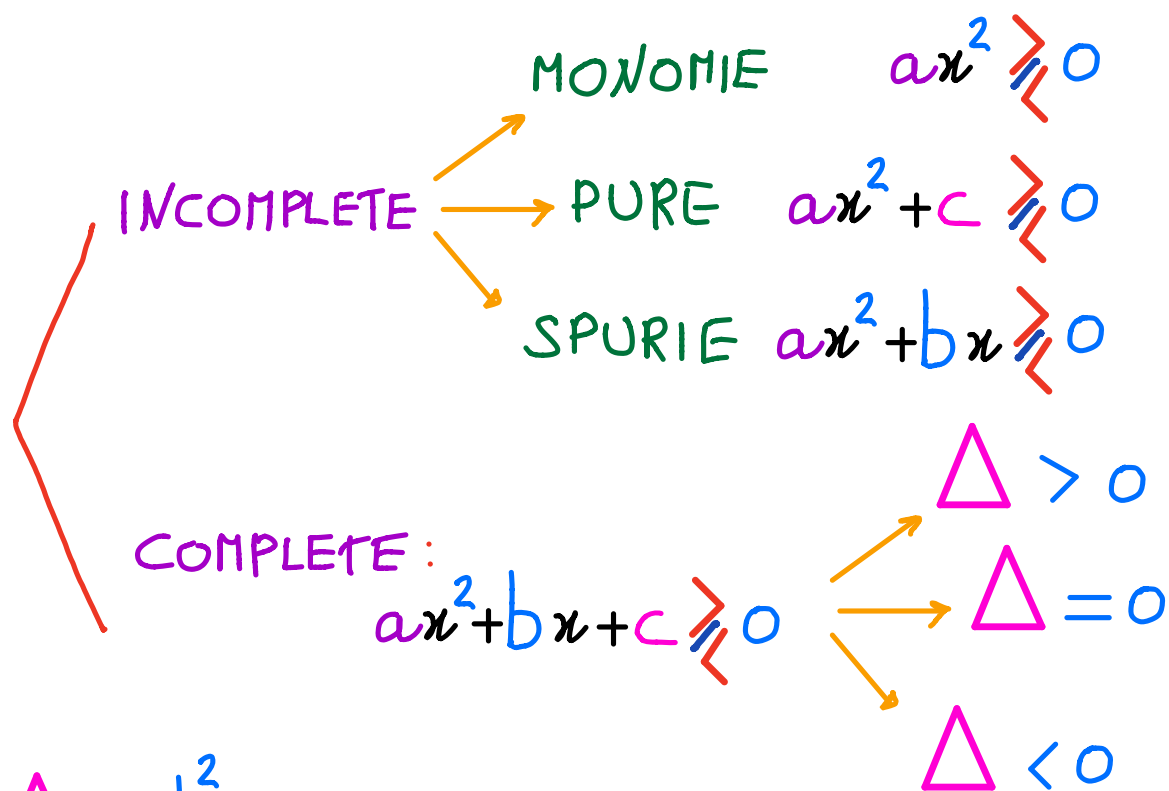


DISEQUAZIONI DI 2° GRADO



$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

FORMULA RISOLUTIVA:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

(PER TROVARE LE RADICI DI UN'EQUAZIONE DI 2° GRADO COMPLETA E CON $\Delta > 0$)

INCOMPLETE

MONOMIE :

$$ax^2 \geq 0$$

LA LOGICA È:

UN NUMERO AL QUADRATO È SEMPRE
NON NEGATIVO

SIA $a > 0$

$$\left(-3x^2 > 0 \longrightarrow +3x^2 < 0 \right)$$

N.B. SE $a < 0$ MOLTIPLICO PER -1
E CAMBIO VERSO ...

PosTo : $a > 0$

$$\bullet \quad ax^2 = 0 \longrightarrow x = 0$$

L'UNICO NUMERO CHE AL QUADRATO FA ZERO È ZERO

$$\text{EX.} \quad -5x^2 = 0 \longrightarrow x = 0$$

- $ax^2 > 0$ SEMPRE VERA $S = \mathbb{R}$
 $\forall x \in \mathbb{R}$

- $ax^2 > 0$ QUASI SEMPRE VERA $S = \mathbb{R} - \{0\}$
 $\forall x \in \mathbb{R} \wedge x \neq 0$
 $\uparrow_e$

- $ax^2 < 0$ MAI VERA $S = \emptyset$
 $\nexists x \in \mathbb{R}$

- $ax^2 \leq 0$ SOLO SE $x = 0$
 $S = \{0\}$

ESEMPI

$$\begin{aligned} \uparrow -9x^2 > 0 &\longrightarrow 9x^2 \leq 0 \\ &\longrightarrow x = 0 \longrightarrow S = \{0\} \end{aligned}$$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

$$-25x^2 > 0$$

a. $x < 0$

d. $x > 0$

b. $x < -5 \vee x > 5$

e. $x < 5$

c. $\forall x \in \mathbb{R}$

f. $\exists x \in \mathbb{R}$

come si fa?

$$25x^2 < 0 \longrightarrow \exists x \in \mathbb{R}$$

2° CASO : PURA

$$b = 0$$

$$ax^2 + c \geq 0$$

SI PRESENTANO 2 SOTTOCASI

PROVIAMO A CAPIRLI ATTRAVERSO 2 ESEMPI

NOTEVOLI

SOTTOCASO A

ESEMPIO DI RIFERIMENTO

EQUAZIONE :

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = -4$$

EQUAZIONE
IMPOSSIBILE

SOTTOCASO B

ESEMPIO DI RIFERIMENTO

EQUAZIONE :

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = +4$$

$$x = \pm 2$$

2 RADICI OPPOSTE

SOTTOCASO A

RICORDA :

QUANDO L'EQUAZIONE
E' IMPOSSIBILE

LA DISEQUAZIONE SARA'

SEMPRE VERA ($>$) o MAI VERA (< 0)



ESEMPI PER CAPIRE $4x^2 + 25 > 0$

SE CONSIDERIAMO L'EQUAZIONE ASSOCIATA:

$$4x^2 + 25 = 0$$

$$4x^2 = -25$$

$$x^2 = -\frac{25}{4}$$

L'EQUAZIONE
E' IMPOSSIBILE

MA....

LA DISEQUAZIONE SARÀ
SEMPRE VERA ($>$)

DIRETTAMENTE : $x^2 > -\frac{25}{4}$

UN NUMERO NON
NEGATIVO E' SEMPRE
PIU' GRANDE DI UN
NUMERO NEGATIVO

ESEMPIO 2

$$\underset{+}{16}x^{\underset{+}{2}} + \underset{+}{81} \leq 0$$

LA SOMMA DI DUE NUMERI
POSITIVI NON È MAI MINORE
DI ZERO

$$S: \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$S = \emptyset$$

1 PASSAGGI ...

$$16x^2 + 81 \leq 0$$

$$16x^2 \leq -81$$

$$x^2 \leq -\frac{81}{16}$$

+ -

$$x^2 = -\frac{81}{16}$$

L'EQUAZIONE

È IMPOSSIBILE

MA

LA DISEQUAZIONE SARÀ

MAI VERA

Ex 3.

$$\underset{+}{7}x^{\underset{+}{2}} + \underset{+}{8} > 0$$

SEMPRE VERA

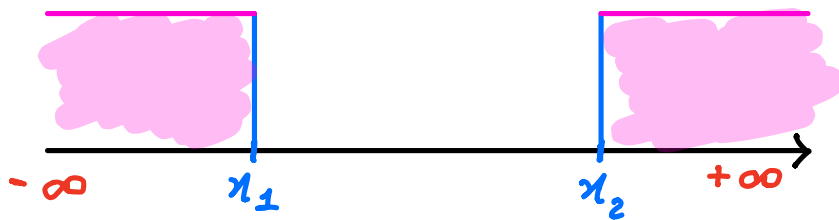
$$\forall x \in \mathbb{R}$$

SOTTOCASO B

$(x^2 = +4 \rightarrow x = \pm 2)$

QUANDO TROVIAMO 2 RADICI DISTINTE
(IN UNA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO)

- $>$ MAGGIORE $\rightarrow$ VALORI ESTERNI
VALE LA SEGUENTE REGOLA GENERALE



$$x < x_1 \quad \vee \quad x > x_2$$

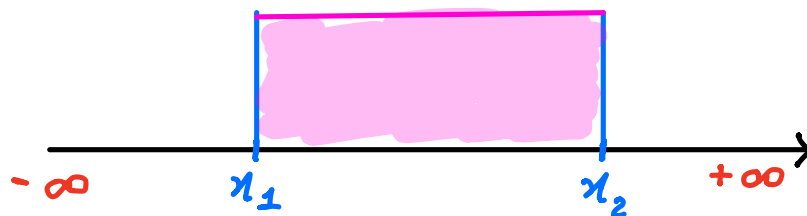
(VERSO L'INFINITO ... E OLTRE)

MINORE DELLA MINORE e
MAGGIORE DELLA MAGGIORE

EX. $x^2 \geq +4 \rightarrow x = \pm 2$

$$S: x < -2 \vee x > +2$$
$$S = (-\infty; -2[\cup]+2; +\infty)$$

● < MINORE → VALORI INTERNI



$$x_1 < x < x_2$$

(VERSO LA PARTE MINORE)
COMPRESO TRA LA MINORE e
LA MAGGIORE

EX. $x^2 < +4 \rightarrow x = \pm 2$

$$-2 < x < +2$$

$$S =] -2 ; +2 [$$

ALTRI ESEMPI

2. $x^2 - 25 < 0$

TRAMITE EQUAZIONE ASSOCIATA

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = +25$$

$$x = \pm 5$$

2 RADICI DISTINTE

< MINORE → VALORI INTERNI



$$S: -5 < x < +5$$

$$S =]-5; +5[$$

$$3 \quad 25x^2 - 9 \geq 0 \quad \text{MAGGIORE}$$

DIRETTAMENTE ...

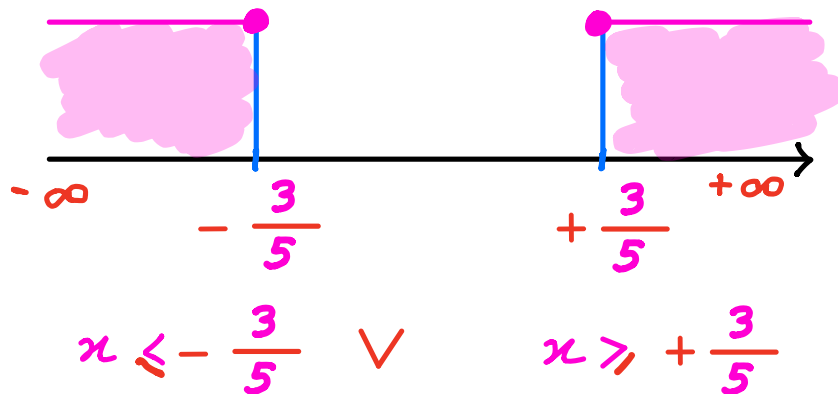
$$25x^2 > 9 \longrightarrow x^2 \geq \frac{9}{25}$$

VIETATO SCRIVERE : ~~$x \geq \frac{3}{5}$~~

PIUTTOSTO SI SCRIVE LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE ASSOCIATA :

$$x = \pm \frac{3}{5}$$

E SI CONSIDERANO I VALORI ESTERNI



$$S = \left(-\infty; -\frac{3}{5} \right] \cup \left[+\frac{3}{5}; +\infty \right)$$

4.

$$16 - x^2 \geq 0$$



PRIMA SI CAMBIA SEGNO
E VERSO

$$x^2 - 16 \leq 0$$

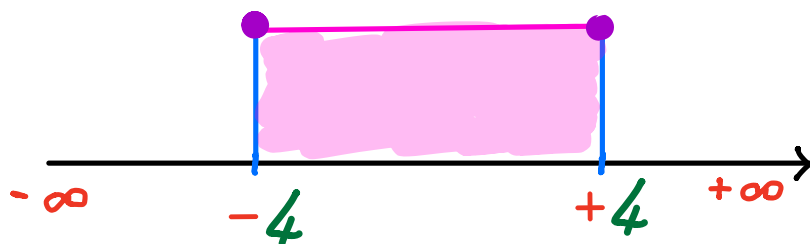


$$x^2 \leq +16$$

$$x = \pm 4$$

E SI CONSIDERANO I

VALORI INTERNI



$$S: -4 \leq x \leq +4$$

$$S = [-4 ; +4]$$

3° CASO

SPURIA

$$ax^2 + bx \gtrless 0$$

$$c = 0$$

(posto $a > 0$)

EQUAZIONE ASSOCIATA:

$$ax^2 + bx = 0$$

SI METTE IN EVIDENZA x

$$x \cdot (ax + b) = 0$$

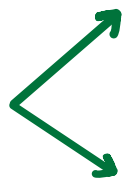
SI APPLICA LA

LEGGE DI ANNULLAMENTO
DEL PRODOTTO (LAP)

$$\begin{array}{l} \nearrow x = 0 \\ \searrow ax + b = 0 \longrightarrow x = -\frac{b}{a} \end{array}$$

$\Rightarrow$ 2 RADICI DISTINTE

VALORI ESTERNI ($\geq$)



STESSA REGOLA DELLE PURE
SOTTOCASO B

VALORI INTERNI ($\leq$)

ESEMPI

SPURIA

$$4x^2 - 2x \leq 0 \quad \text{SI METTE IN EVIDENZA } x$$

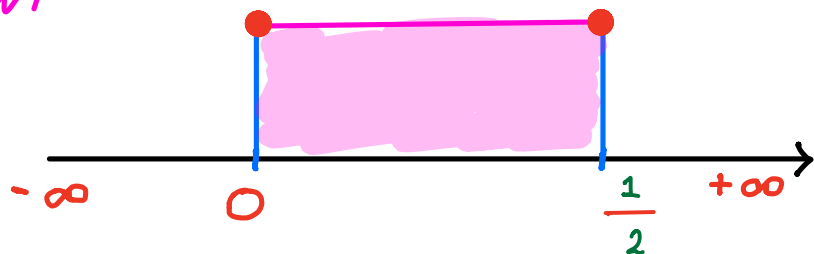
$$x \cdot \left(\frac{2}{4}x - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} & \swarrow x = 0 \\ & \searrow 2x - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\longrightarrow x = \frac{1}{2}$$

VALORI INTERNI

($\leq$)



$$S: 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$$S = \left[0 ; \frac{1}{2} \right]$$

ESEMPIO

$$a < 0$$

SPURIA

$$5x - 7x^2 \leq 0$$

↑

PRIMA DI TUTTO CONVIENE
CAMBIARE SEGNO E VERSO

$$7x^2 - 5x \geq 0$$

↑

ADESSO SI CONSIDERA
L'EQUAZIONE ASSOCIATA
(ALLA FINE PRENDEREMO I VALORI ESTERNI)

$$7x^2 - 5x = 0$$

SI METTE IN EVIDENZA x

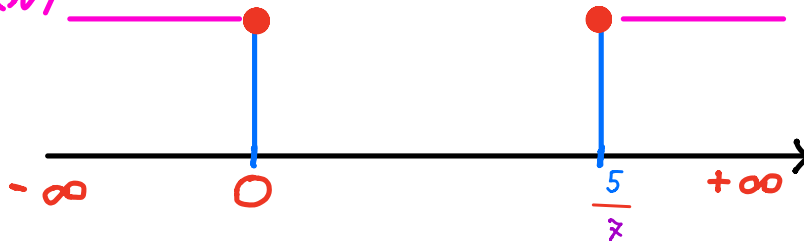
$$x \cdot (7x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$7x - 5 = 0 \longrightarrow x = \frac{5}{7}$$

VALORI ESTERNI

($\geq$)



$$S: x \leq 0 \vee x \geq \frac{5}{7}$$

$$S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{5}{7}; +\infty\right)$$