

VALORI ASSOLUTI : DEFINIZIONE

$$|a| = \begin{cases} +a & \text{SE: } a \geq 0 \\ -a & \text{SE: } a \leq 0 \end{cases}$$

EX. $|+3| = 3$ $|-3| = 3$ $|0| = 0$

oss. 1 $|+a| = |-a|$ EX. $|1-x| = |x-1|$

oss. 2 $|A(x)| = 0 \iff A(x) = 0$

EX. $|x-1| = 0 \iff x = 1$

oss. 3 IMPORTANTISSIMA

$$|A(x)| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

UN VALORE ASSOLUTO È SEMPRE NON NEGATIVO

N.B. LA PRESENZA DI UN VALORE ASSOLUTO
ASSICURA LA NON NEGATIVITÀ
DI UN NUMERO.

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

CASI SEMPLICI

PRIMO CASO:

$$|A(x)| \geq 0$$

a) $|A(x)| = 0$

SOLO SE

$$A(x) = 0$$

b) $|A(x)| \geq 0$

SEMPRE

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

c) $|A(x)| > 0$

QUASI SEMPRE

$$\forall x \in \mathbb{R} \wedge A(x) \neq 0$$

d) $|A(x)| \leq 0$

SOLO SE

$$A(x) = 0$$

e) $|A(x)| < 0$

MAI

$$\nexists x \in \mathbb{R}$$

PROVACI TU...

1) $|x-2| = 0$

2) $|1-x| > 0$

3) $|3-x| \leq 0$

4) $|x^3-1| < 0$

SECONDO CASO :

$$|A(x)| \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} -K$$

$(K > 0)$

• + ↑ - ↑

OSS. UN NUMERO NON NEGATIVO E' SEMPRE
MAGGIORE O UGUALE DI UN NUMERO NEGATIVO

a) $|A(x)| = -K$ MAI $\nexists x \in \mathbb{R}$

b) $|A(x)| \geq -K$ SEMPRE $\forall x \in \mathbb{R}$

c) $|A(x)| \leq -K$ MAI $\nexists x \in \mathbb{R}$

PROVACI TU...

1) $|x^3 - 1| = -1$

2) $|x^4 - 4x^2 + 4| \geq -4$

3) $|1 - x^4| < -1$

4) $|2 - x| + 2 \leq 0$

5) $|x - 5| + 5 > 0$

PREMESSA

OSSERVA

QUALI NUMERI IN VALORE ASSOLUTO
FANNO AD ESEMPIO 3?

$$|+3| = +3$$

$$|-3| = +3$$

QUINDI AD ESEMPIO, POSSIAMO CONCLUDERE
CHE :

I NUMERI CHE IN VALORE ASSOLUTO
FANNO 3 SONO : $+3$ E -3

$$|x| = 3 \iff x = \pm 3$$

TERZO CASO :

$$|A(x)| \geq +K$$

(K > 0)

• + ↑ + ↑

$$\bullet |A(x)| = +K \iff A(x) = \pm K$$

$$\bullet |A(x)| \geq +K \quad \text{VALORI ESTERNI}$$

$$A(x) \leq -K \vee A(x) \geq +K$$

$$\bullet |A(x)| \leq +K \quad \text{VALORI INTERNI}$$

$$-K \leq A(x) \leq +K$$

SI RISOLVE TRAMITE UN SISTEMA ...

$$\begin{cases} A(x) \geq -K \\ A(x) \leq +K \end{cases}$$

ESEMPIO

$$\bullet |1-x| = 2 \quad \left(\begin{array}{l} \text{E IL VERSO NON CAMBIA !!} \\ \text{SI CAMBIA SOLO DENTRO} \end{array} \right) \Rightarrow |x-1| = 2$$

↑

$$x-1 = \pm 2 \quad x-1 = -2 \vee x-1 = +2$$
$$x = -1 \quad \vee \quad x = 3$$

ESEMPIO

$$\bullet \quad |1-x| > 3 \quad \Rightarrow \quad |x-1| > 3$$

(E IL VERSO *NON* CAMBIA !!)

$$\Rightarrow x-1 = \pm 3 \quad \text{VALORI ESTERNI}$$
$$\Rightarrow x-1 < -3 \vee x-1 > 3$$

$$S: x < -2 \vee x > 4$$

$$S =]-\infty; -2[\cup]4; +\infty[$$

ESEMPIO

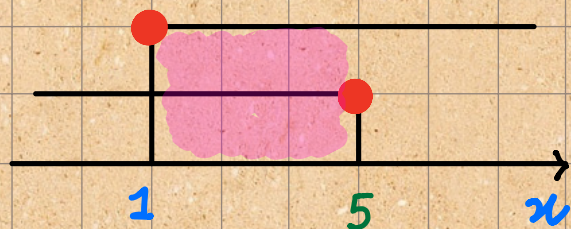
$$\bullet \quad |3-x| \leq 2 \quad \Rightarrow \quad |x-3| \leq 2$$

(E IL VERSO *NON* CAMBIA !!)

$$\Rightarrow x-3 = \pm 2 \quad \text{VALORI INTERNI}$$
$$-2 \leq x-3 \leq 2$$

SI RISOLVE IN SISTEMA...

$$\begin{cases} x-3 \geq -2 \\ x-3 \leq 2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 5 \end{cases}$$



$$S: 1 \leq x \leq 5$$

$$S = [1; 5]$$

UN ESEMPIO PIU' DIFFICILE

$$\bullet \quad |3 - x^2| \leq 4 \Rightarrow |x^2 - 3| \leq 4 \Rightarrow$$

(E IL VERSO *NON* CAMBIA !!)

$$\Rightarrow x^2 - 3 = \pm 4 \quad \text{VALORI INTERNI}$$

$$\Rightarrow -4 \leq x^2 - 3 \leq +4$$

$$+3 - 4 \leq x^2 \leq +4 + 3 \Rightarrow -1 \leq x^2 \leq 7$$

$\forall x \in \mathbb{R}$

SI POTEVA RISOLVERE TRAMITE UN SISTEMA ...

$$x^2 \leq 7 \Rightarrow -\sqrt{7} \leq x \leq \sqrt{7}$$

$$S = [-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$$

OSSERVAZIONE/ESEMPIO

$$\bullet \quad 2 - |4 - x| > 0 \Rightarrow 2 - |x - 4| > 0$$

$$\uparrow |+a| = |-a|$$

$$\Rightarrow |x - 4| - 2 < 0$$

(E IL VERSO CAMBIA !!)

(E IL VERSO *NON* CAMBIA !!)

[TO BE CONTINUED]

PROVACI TU...

$$1) \quad |x-2| < 5$$

$$2) \quad |2-4x| \geq 3$$

$$3) \quad |4-3x| - 6 \leq 0$$

$$4) \quad |5-2x| - 1 > 0$$

$$5) \quad 5 - |7-x| \geq 0$$

$$6) \quad 3 - |1-x^2| < 0 \quad S: x < -2 \vee x > 2$$

$$7) \quad 3 - |4-x^2| > 0$$

$$8) \quad |4x^2 - 2x + 1| - 1 \leq 0$$

$$9) \quad |3x - 5x^2 - 2| - 2 > 0$$