

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

CASO GENERALE

$$|A(x)| \geq B(x)$$

$B(x)$ DIPENDE DA x E QUINDI NON SAPPIAMO SE
È POSITIVO, NEGATIVO O NULLO

SI UTILIZZA LA DEFINIZIONE DI VALORE ASSOLUTO

$$A(x) = \begin{cases} +A(x) & \text{SE: } A(x) \geq 0 \\ -A(x) & \text{SE: } A(x) \leq 0 \end{cases}$$

PERTANTO OCCORRE STUDIARE 2 CASI ATTRAVERSO
2 SISTEMI,

PONENDO IN UN CASO $A(x) \geq 0$ E IN UN ALTRO $A(x) \leq 0$

$$\begin{array}{l} 1 \left\{ \begin{array}{l} A(x) \geq 0 \\ +A(x) \geq B(x) \end{array} \right. \quad \cup \quad 2 \left\{ \begin{array}{l} A(x) \leq 0 \\ -A(x) \geq B(x) \end{array} \right. \\ \uparrow \text{NON CAMBIA SEGNO} \quad \quad \quad \uparrow \text{CAMBIA SEGNO} \end{array}$$

N.B. 1 IL VERSO $\geq$ È LO STESSO
DELLA DISEQUAZIONE INIZIALE

N.B. 2 SI RISOLVONO I 2 SISTEMI E ALLA FINE
LE SOLUZIONI SI UNISCONO

ESEMPIO 1

● $|x-3| < -2x$

$$1 \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ +(x-3) < -2x \end{cases} \quad \cup$$

↑ Non CAMBIA SEGNO

$$2 \begin{cases} x-3 \leq 0 \\ -(x-3) < -2x \end{cases}$$

↑ CAMBIA SEGNO

$$1 \begin{cases} x \geq 3 \\ +x-3 < -2x \end{cases} \quad \cup$$

↑

$$2 \begin{cases} x \leq 3 \\ -x+3 < -2x \end{cases}$$

↑

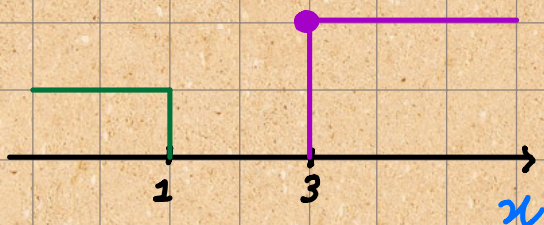
$$1 \begin{cases} x \geq 3 \\ 3x < 3 \Rightarrow x < +1 \end{cases} \quad \cup$$

↑

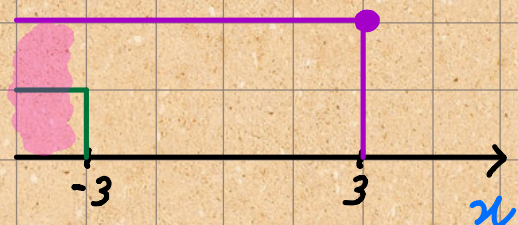
$$2 \begin{cases} x \leq 3 \\ +x < -3 \end{cases}$$

↑

SI RAPPRESENTANO GRAFICAMENTE PER
INDIVIDUARE LE SOLUZIONI COMUNI



$$S_1: \nexists x \in \mathbb{R} \quad \emptyset$$



$$S_2: x < -3$$

LE SOLUZIONI SI UNISCONO

$$S_{\text{tot}} = S_1 \cup S_2 =]-3; +\infty [$$

N.B. $A \cup \emptyset = A$

ESEMPIO 2

● $|4-2x| > 3-4x \Rightarrow |2x-4| > 3-4x$

SI CAMBIA SOLO DENTRO

$$1 \begin{cases} 2x-4 \geq 0 \\ +(2x-4) > 3-4x \end{cases} \cup$$

Non CAMBIA SEGNO

$$2 \begin{cases} 2x-4 \leq 0 \\ -(2x-4) > 3-4x \end{cases}$$

CAMBIA SEGNO

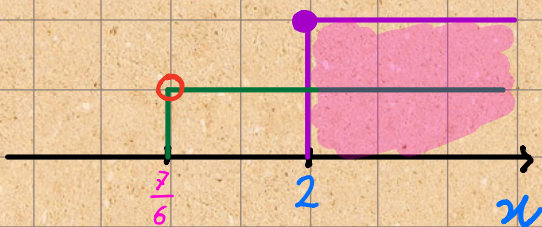
$$1 \begin{cases} x \geq 2 \\ 2x+4x > 3+4 \end{cases} \cup$$

$$2 \begin{cases} x \leq 2 \\ -2x+4x > 3-4 \end{cases}$$

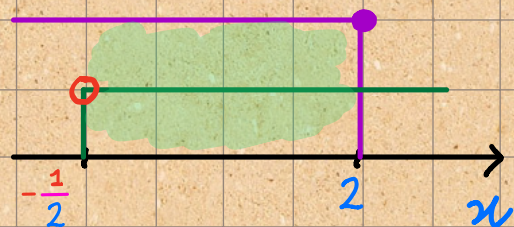
$$1 \begin{cases} x \geq 2 \\ 6x > 7 \Rightarrow x > \frac{7}{6} \end{cases} \cup$$

$$2 \begin{cases} x \leq 2 \\ 2x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2} \end{cases}$$

SI INDIVIDUANO LE SOLUZIONI COMUNI



$$S_1: x \geq 2$$



$$S_2: -\frac{1}{2} < x \leq 2$$

LE SOLUZIONI SI UNISCONO : GRAFICO UNIONE



$$S_{TOT} = S_1 \cup S_2 =]-\frac{1}{2}; +\infty[$$

ESEMPIO 3

● $|x^2 - x| \geq -3x$

1 $\begin{cases} x^2 - x \geq 0 & \text{SPURIA} \\ +(x^2 - x) \geq -3x \end{cases}$
 ↑ NON CAMBIA SEGNO

2 $\begin{cases} x^2 - x \leq 0 & \text{SPURIA} \\ -(x^2 - x) \geq -3x \end{cases}$
 ↑ CAMBIA SEGNO

1 $\begin{cases} x(x-1) = 0 & \text{VALORI ESTERNI} \\ x^2 + 2x \geq 0 & \text{SPURIA} \end{cases}$
 ↑

2 $\begin{cases} x(x-1) = 0 & \text{VALORI INTERNI} \\ -x^2 + 4x \geq 0 & \text{SPURIA} \end{cases}$
 ↑ CAMBIANDO SEGNO E VERSO

1 $\begin{cases} x = 0 & \text{VALORI ESTERNI} \\ x = 1 & \text{VALORI ESTERNI} \\ x(x+2) \geq 0 & \text{SPURIA} \end{cases}$
 ↑

2 $\begin{cases} x = 0 & \text{VALORI INTERNI} \\ x = 1 & \text{VALORI INTERNI} \\ x(x-4) \leq 0 & \text{SPURIA} \end{cases}$
 ↑

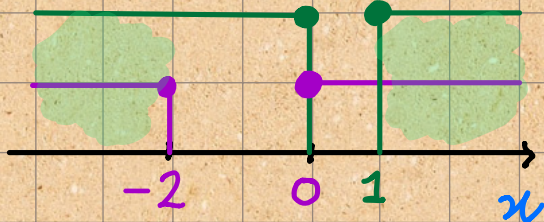
1 $\begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 1 & \text{VALORI ESTERNI} \\ x = 0 & \text{VALORI ESTERNI} \\ x = -2 & \text{VALORI ESTERNI} \end{cases}$
 ↑

2 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 & \text{VALORI INTERNI} \\ x = 0 & \text{VALORI INTERNI} \\ x = 4 & \text{VALORI INTERNI} \end{cases}$
 ↑

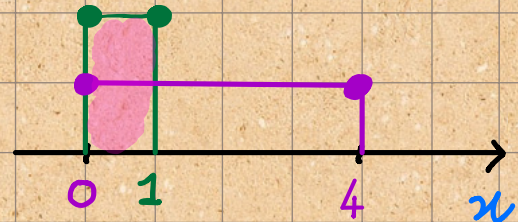
1 $\begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 1 & \text{VALORI ESTERNI} \\ x \leq -2 \vee x \geq 0 & \text{VALORI ESTERNI} \end{cases}$
 ↑

2 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 & \text{VALORI INTERNI} \\ 0 \leq x \leq 4 & \text{VALORI INTERNI} \end{cases}$
 ↑

SI RAPPRESENTANO GRAFICAMENTE PER
INDIVIDUARE LE SOLUZIONI COMUNI

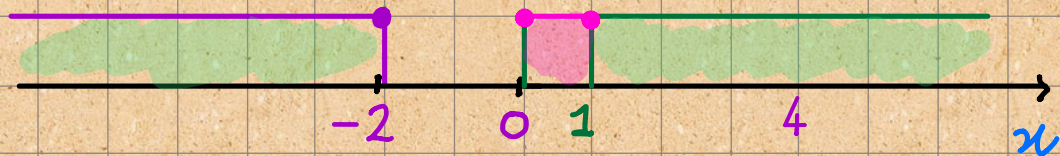


$$S_1: x \leq -2 \vee x \geq 1$$



$$S_2: 0 \leq x \leq 1$$

LE SOLUZIONI SI UNISCONO : GRAFICO UNIONE
SULLO STESSO LIVELLO



$$S_{tot}: x \leq -2 \vee x \geq 0$$

$$S_{tot} = S_1 \cup S_2 =]-\infty; -2] \cup [0; +\infty[$$

E ADESSO PROVACI TU...

$$1) \quad |x-3| > -2x+1$$

$$2) \quad |5-x| < 4-2x$$

$$3) \quad |2-x| \geq -5x$$

$$4) \quad |1-x| \leq 5-2x$$

$$5) \quad |x^2-x| \geq -4x$$

$$6) \quad |3x-x^2| > -x$$

$$7) \quad |4-x^2| \leq x^2-3 \quad 2$$

$$8) \quad |x^2-7x| < 2x-3x^2$$