VALORI ASSOLUTI : DEFINIZIONE

$$\boxed{|a| = \begin{cases} +a & \text{SE: } a \geq 0 \\ -a & \text{SE: } a \leq 0 \end{cases}}$$

EX. $|+3| = 3$ $\quad |-3| = 3$ $\quad |0| = 0$

OSS. 1 $\quad |+a| = |-a|$ $\qquad$ EX. $|1-x| = |x-1|$

OSS. 2 $\quad |A(x)| = 0 \iff A(x) = 0$

EX. $|x-1| = 0 \iff x = 1$

OSS. 3 $\quad$ IMPORTANTISSIMA

$$\boxed{|A(x)| \geq 0 \qquad \forall x \in \mathbb{R}}$$

UN VALORE ASSOLUTO È SEMPRE NON NEGATIVO

N.B. LA PRESENZA DI UN VALORE ASSOLUTO
ASSICURA LA NON NEGATIVITÀ
DI UN NUMERO.

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

CASI SEMPLICI

PRIMO CASO: $\boxed{|A(x)| \gtreqless 0}$

a) $|A(x)| = 0$ SOLO SE $A(x) = 0$

b) $|A(x)| \geq 0$ SEMPRE $\forall x \in \mathbb{R}$

c) $|A(x)| > 0$ QUASI SEMPRE $\forall x \in \mathbb{R} \wedge A(x) \neq 0$

d) $|A(x)| \leq 0$ SOLO SE $A(x) = 0$

e) $|A(x)| < 0$ MAI $\nexists x \in \mathbb{R}$

PROVACI TU...

1) $|x-2| = 0$

2) $|1-x| > 0$

3) $|3-x| \leq 0$

4) $|x^3-1| < 0$

SECONDO CASO: $\boxed{|A(x)| \gtreqless -K}$ $(K>0)$

• $+$ $\qquad$ $-$

OSS. UN NUMERO NON NEGATIVO È SEMPRE MAGGIORE O UGUALE DI UN NUMERO NEGATIVO

a) $|A(x)| = -K$ MAI $\nexists x \in \mathbb{R}$

b) $|A(x)| \geq -K$ SEMPRE $\forall x \in \mathbb{R}$

c) $|A(x)| \leq -K$ MAI $\nexists x \in \mathbb{R}$

PROVACI TU...

1) $|x^3 - 1| = -1$

2) $|x^4 - 4x^2 + 4| \geq -4$

3) $|1 - x^4| < -1$

4) $|2 - x| + 2 \leq 0$

5) $|x - 5| + 5 > 0$

PREMESSA

OSSERVA

QUALI NUMERI IN VALORE ASSOLUTO FANNO AD ESEMPIO 3?

$$|+3| = +3 \qquad |-3| = +3$$

QUINDI AD ESEMPIO, POSSIAMO CONCLUDERE CHE :

I NUMERI CHE IN VALORE ASSOLUTO FANNO 3 SONO : $+3$ E -3

$$|x| = 3 \iff x = \mp 3$$

$(K>0)$

TERZO CASO :

$$\boxed{|A(x)| \gtreqless +K}$$

$+ \uparrow \quad + \uparrow$

- $|A(x)| = +K \iff A(x) = \pm K$
- $|A(x)| \geq +K$ VALORI ESTERNI

$$A(x) \leq -K \ \vee \ A(x) \geq +K$$

- $|A(x)| \leq +K$ VALORI INTERNI

$$-K \leq A(x) \leq +K$$

SI RISOLVE TRAMITE UN SISTEMA ...

$$\begin{cases} A(x) \geq -K \\ A(x) \leq +K \end{cases}$$

ESEMPIO

(E IL VERSO NON CAMBIA !!)

$|+a| = |-a|$

- $|1-x| = 2 \implies |x-1| = 2$

SI CAMBIA SOLO DENTRO

$x-1 = \pm 2 \qquad x-1 = -2 \ \vee \ x-1 = +2$

$x = -1 \ \vee \ x = 3$

ESEMPIO

$|+a| = |-a|$

- $|1-x| > 3 \implies |x-1| > 3$

(E IL VERSO NON CAMBIA !!)

$\implies x-1 = \pm 3$ VALORI ESTERNI

$\implies x-1 < -3 \ \vee \ x-1 > 3$

$S: \ x < -2 \ \vee \ x > 4$

$S =]-\infty ; -2[\ \cup \ ]4 ; +\infty[$

ESEMPIO

- $|3-x| \leq 2 \implies |x-3| \leq 2$

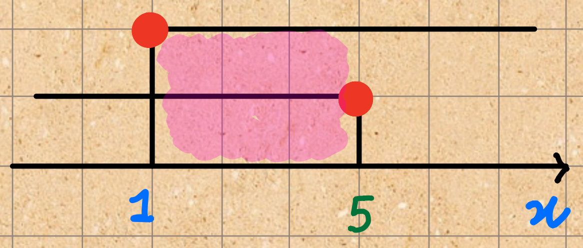
(E IL VERSO NON CAMBIA !!)

$\implies x-3 = \pm 2$ VALORI INTERNI

$-2 \leq x-3 \leq 2$

SI RISOLVE IN SISTEMA...

$$\begin{cases} x-3 \geq -2 \\ x-3 \leq 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 5 \end{cases}$$



$S: 1 \leq x \leq 5$

$S = [1 ; 5]$

UN ESEMPIO PIÙ DIFFICILE

- $|3-x^2| \le 6 \Longrightarrow |x^2-3| \le 6 \Longrightarrow$

(E IL VERSO NON CAMBIA !!)

$\Longrightarrow \quad x^2-3 = \pm 6$ VALORI INTERNI

$\Longrightarrow \quad -6 \le x^2-3 \le +6$

$+3-6 \le x^2 \le +6+3 \Longrightarrow \underbrace{-3 \le}_{\forall x \in \mathbb{R}} x^2 \le 9$

SI POTEVA RISOLVERE TRAMITE UN SISTEMA ...

$x^2 \le 9 \Longrightarrow -3 \le x \le 3$

$S = [-3\ ;\ 3]$

OSSERVAZIONE/ESEMPIO

- $2-|4-x| > 0 \Longrightarrow 2-|x-4| > 0$

$|+a| = |-a|$

(E IL VERSO NON CAMBIA !!)

$\Longrightarrow |x-4|-2 < 0$

(E IL VERSO CAMBIA !!)

[TO BE CONTINUED]

PROVACI TU...

1) $|x-2| < 5$

2) $|2-4x| \geq 3$

3) $|4-3x|-6 \leq 0$

4) $|5-2x|-1 > 0$

5) $5-|7-x| \geq 0$

6) $3-|1-x| < 0$

7) $3-|4-x| > 0$

8) $|2x+1|-1 \leq 0$

9) $|3x-2|-2 > 0$