

DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

m PARI

$$\sqrt[m]{A(x)}$$

2m: GENERICO NUMERO PARI

PREMESSA

CONDIZIONE DI ESISTENZA:

UNA RADICE PARI ESISTE SOLO SE IL
RADICANDO È NON NEGATIVO

$$C.E. A(x) \geq 0$$

OSS. IMPORTANTE: NON NEGATIVITÀ

UNA RADICE PARI, DOVE ESISTE, È SEMPRE NON NEGATIVA:

$$\sqrt[m]{A(x)} \geq 0 \quad \forall x \in C.E.$$

DISEQUAZIONI: CASI SEMPLICI

1° CASO:

$$\sqrt{A(x)} \geq 0$$

N.B. PER SEMPLICITÀ
CONSIDEREREMO
RADICI QUADRATE

$$a) \sqrt{A(x)} = 0 \implies A(x) = 0$$

$$EX \sqrt{x-1} = 0 \implies x = 1$$

$$b) \sqrt{A(x)} \geq 0 \implies A(x) \geq 0$$

$$\text{EX } \sqrt{1-x} \geq 0 \implies 1-x \geq 0 \implies x \leq 1$$

$$c) \sqrt{A(x)} > 0 \implies A(x) > 0$$

$$\text{EX. } \sqrt{2-x} > 0 \implies 2-x > 0 \implies x < 2$$

$$d) \sqrt{A(x)} < 0 \quad \text{MAI} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

UNA RADICE NON È MAI NEGATIVA!

$$\text{EX. } \sqrt{8-x^3} < 0 \implies S: \forall x \in \mathbb{R}$$

$$e) \sqrt{A(x)} \leq 0 \implies \text{SOLO SE } A(x) = 0$$

MINORE A ZERO: MAI

MA UGUALE A ZERO: SE $A(x) = 0$

$$\begin{aligned} \text{EX } \sqrt{4-x^2} \leq 0 &\implies 4-x^2 = 0 \implies x^2 = 4 \\ &\implies x = \pm 2 \end{aligned}$$

2° CASO:

$$\sqrt{A(x)} \geq -K \quad (K > 0)$$

N.B. UNA RADICE, SE ESISTE, È SEMPRE MAGGIORE DI UN NUMERO NEGATIVO.

a) $\sqrt{A(x)} = -K$ IMPOSSIBILE

EX $\sqrt{x^3 - x^2} = -1 \quad S: \nexists x \in \mathbb{R}$

b) $\sqrt{A(x)} \geq -K$
non negativo (se esiste) negativo

$$\Rightarrow \forall x \in C.E. \Rightarrow A(x) \geq 0$$

L'UGUALE SI METTE SEMPRE

EX $\sqrt{3-x} > -3$

$$\Rightarrow 3-x \geq 0 \Rightarrow S: x \leq 3$$

È VERA SE LA RADICE ESISTE

$$c) \sqrt{A(x)} \leq -K \quad \text{MAI}$$

una radice pari non può essere minore di un numero negativo !!

$$\text{EX } \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4} \leq -1 \quad S: \nexists x \in \mathbb{R}$$

N.B. IL RISULTATO NON CAMBIA
INDIPENDENTEMENTE DALL'UGUALE.

$$\text{EX. } \sqrt{x^4 - 1} < -1 \quad \Rightarrow \quad S: \nexists x \in \mathbb{R}$$

PROVACI TU...

$$1) \sqrt{4 - x^2} > -4$$

$$2) \sqrt{4 - x^2} \leq -4$$

$$3) \sqrt{2x - x^2} > -9$$

$$4) \sqrt{x^2 - 4x + 4} > -4$$

③ CASO : $\sqrt{A(x)} \geq +K$

SI IMPONE LA CONDIZIONE DI ESISTENZA:
E SI ELEVA AL QUADRATO

$$\begin{cases} \text{C.E. } A(x) \geq 0 & \text{N.B. L'UGUALE SI METTE SEMPRE!!} \\ (\sqrt{A(x)})^2 \geq (+K)^2 \Rightarrow A(x) \geq K^2 \end{cases}$$

a) $\sqrt{A(x)} = +K$

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) = K^2 \end{cases} \Rightarrow A(x) = K^2$$

È SUFFICIENTE ELEVARE AL QUADRATO

b) $\sqrt{A(x)} \geq +K$

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) \geq K^2 \end{cases} \Rightarrow A(x) \geq K^2$$

(MAGGIORE DELLA MAGGIORE)

EX. $\sqrt{x+3} > 2 \Rightarrow x+3 > 4 \Rightarrow x > 1$

$$c) \sqrt{A(x)} \leq +K$$

$$\begin{cases} \text{C.E. } A(x) \geq 0 \\ A(x) \leq K^2 \end{cases}$$

IN QUESTO CASO E' NECESSARIO MANTENERE LA C.E.

$$\text{EX 1. } \sqrt{x-3} < 2$$

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x < 7 \end{cases}$$

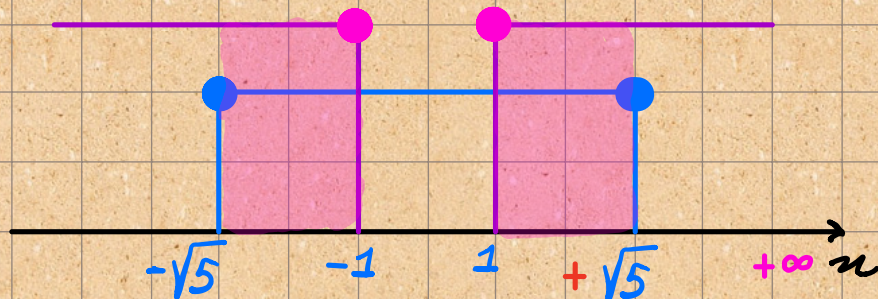
$$S = [3; 7[$$

$$\text{EX 2 } \sqrt{x^2-1} \leq 2$$

$$\begin{cases} x^2-1 \geq 0 \\ x^2-1 \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \geq 1 \\ x^2 \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \end{cases}$$



$$S = [-\sqrt{5}; -1] \cup [1; \sqrt{5}]$$

PROVACI TU...

$$1) \sqrt{x^2 - 4} \leq 0$$

$$S: x = \pm 2$$

$$2) \sqrt{x^2 - x} > 0$$

$$S: x < 0 \vee x > 1$$

$$3) \sqrt{x^2 - 3x + 2} \geq 0$$

$$S: x \leq 1 \vee x \geq 2$$

$$4) \sqrt{x^2 - 4x + 4} > -4$$

$$S: \forall x \in \mathbb{R}$$

$$5) \sqrt{x^6 - 6x^3 + 9} \leq -1$$

$$S: \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$7) \sqrt{x^6 - 6x^3 + 9} > -1$$

$$S: \forall x \in \mathbb{R}$$

$$8) \sqrt{x - 3} > 2$$

$$9) \sqrt{x^2 + 4} \leq 2$$

$$10) \sqrt{9 - x^2} > 3$$

$$\nexists x \in \mathbb{R}$$

$$11) \sqrt{16 - x^4} \leq 4$$

$$12) \sqrt{x^2 - 8x + 16} < 4$$

$$\sqrt{x^2 - 4} < x + 1$$

$$\sqrt{2x - x^2} \leq -x$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} < -x$$