

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

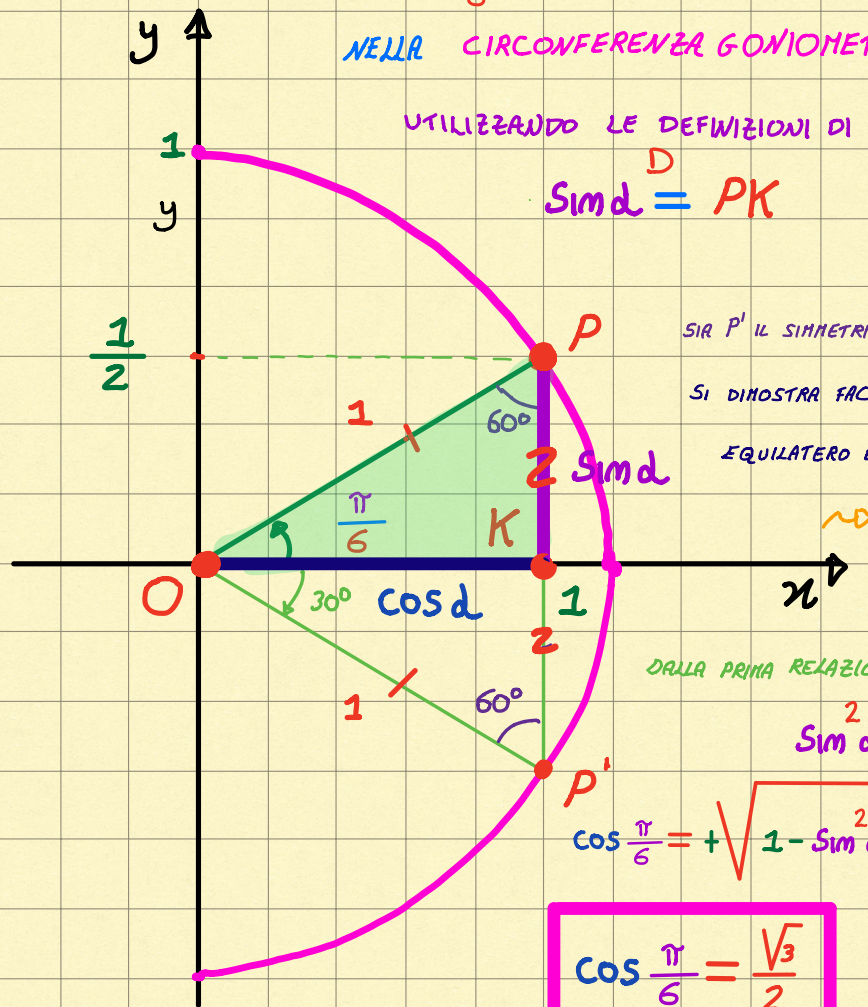
SENO E COSENO DI $\frac{\pi}{6}$

CONSIDERIAMO L'ANGOLO DI $\frac{\pi}{6}$, ESSO INDIVIDUA UN PUNTO $P(x; y)$

NELLA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

UTILIZZANDO LE DEFINIZIONI DI Sind E cosd

$$\text{Sind}^D = PK \quad \text{cosd}^D = OK$$



SIA P' IL SIMMETRICO DI P RISPETTO A x ;

SI DIMOSTRA FACILMENTE CHE IL TRIANGOLO OPP' È
EQUILATERO DI LATO 1

$$\text{Sind} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

DALLA PRIMA RELAZIONE FONDAMENTALE:

$$\text{Sind}^2 + \text{cosd}^2 = 1$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = +\sqrt{1 - \text{Sind}^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

DALLA SECONDA RELAZIONE FONDAMENTALE:

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\text{Sind}}{\text{cosd}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

DALLA TERZA RELAZIONE FONDAMENTALE:

$$\cot = \frac{\text{cosd}}{\text{Sind}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

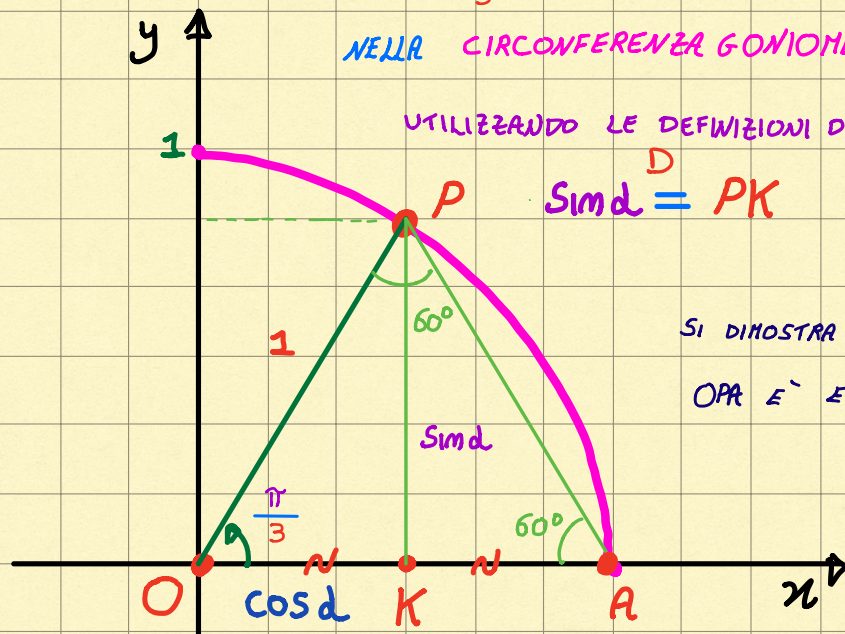
SENO E COSENO DI $\frac{\pi}{3}$

CONSIDERIAMO L'ANGOLO DI $\frac{\pi}{3}$, ESSO INDIVIDUA UN PUNTO $P(x; y)$

NELLA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

UTILIZZANDO LE DEFINIZIONI DI Sind E cosd

$$\text{Sind}^D = PK \quad \text{cosd}^D = OK$$



SI DIMOSTRA FACILMENTE CHE IL TRIANGOLO
OPA È EQUILATERO DI LATO 1

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

DALLA PRIMA RELAZIONE FONDAMENTALE:

$$\text{Sind}^2 + \text{cosd}^2 = 1$$

$$\text{Sind} \frac{\pi}{3} = + \sqrt{1 - \text{cosd}^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Sind} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tam} \frac{\pi}{3} = \frac{\text{Sind}}{\text{cosd}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\text{tam} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\text{cot} \frac{\pi}{3} = \frac{\text{cosd}}{\text{Sind}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{cot} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

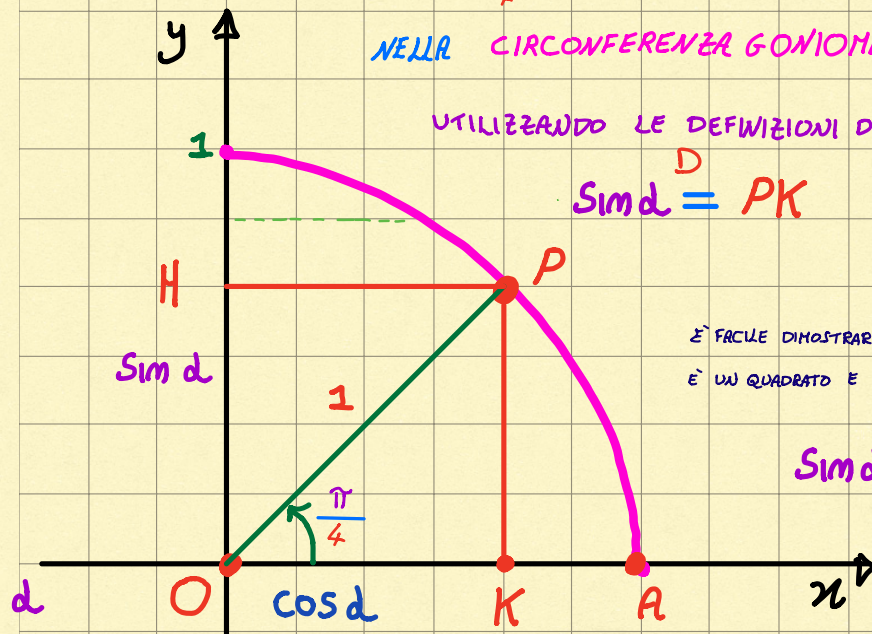
SENO E COSENO DI $\frac{\pi}{4}$

CONSIDERIAMO L'ANGOLO DI $\frac{\pi}{4}$, ESSO INDIVIDUA UN PUNTO $P(x; y)$

NELLA CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

UTILIZZANDO LE DEFINIZIONI DI Sind E cosd

$$\text{Sind}^D = PK \quad \text{cosd}^D = OK$$



È FACILE DIMOSTRARE CHE IL QUADRILATERO OKPH
È UN QUADRATO E PERTANTO :

$$\text{Sind} = \text{cosd}$$

DALLA PRIMA RELAZIONE FONDAMENTALE:

$$\text{Sind}^2 + \text{cosd}^2 = 1 \quad \leadsto$$

$$\leadsto 2 \text{Sind}^2 = 1 \quad \leadsto \text{Sind}^2 = \frac{1}{2} \quad \leadsto \text{Sind} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

RAZIONALIZZANDO

$$\leadsto \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Sind} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \frac{\text{Sind}}{\text{cosd}} = 1$$

$$\cot \frac{\pi}{4} = \frac{\text{cosd}}{\text{Sind}} = 1$$

$$\cot \frac{\pi}{4} = 1$$

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

TERNE MAGICHE

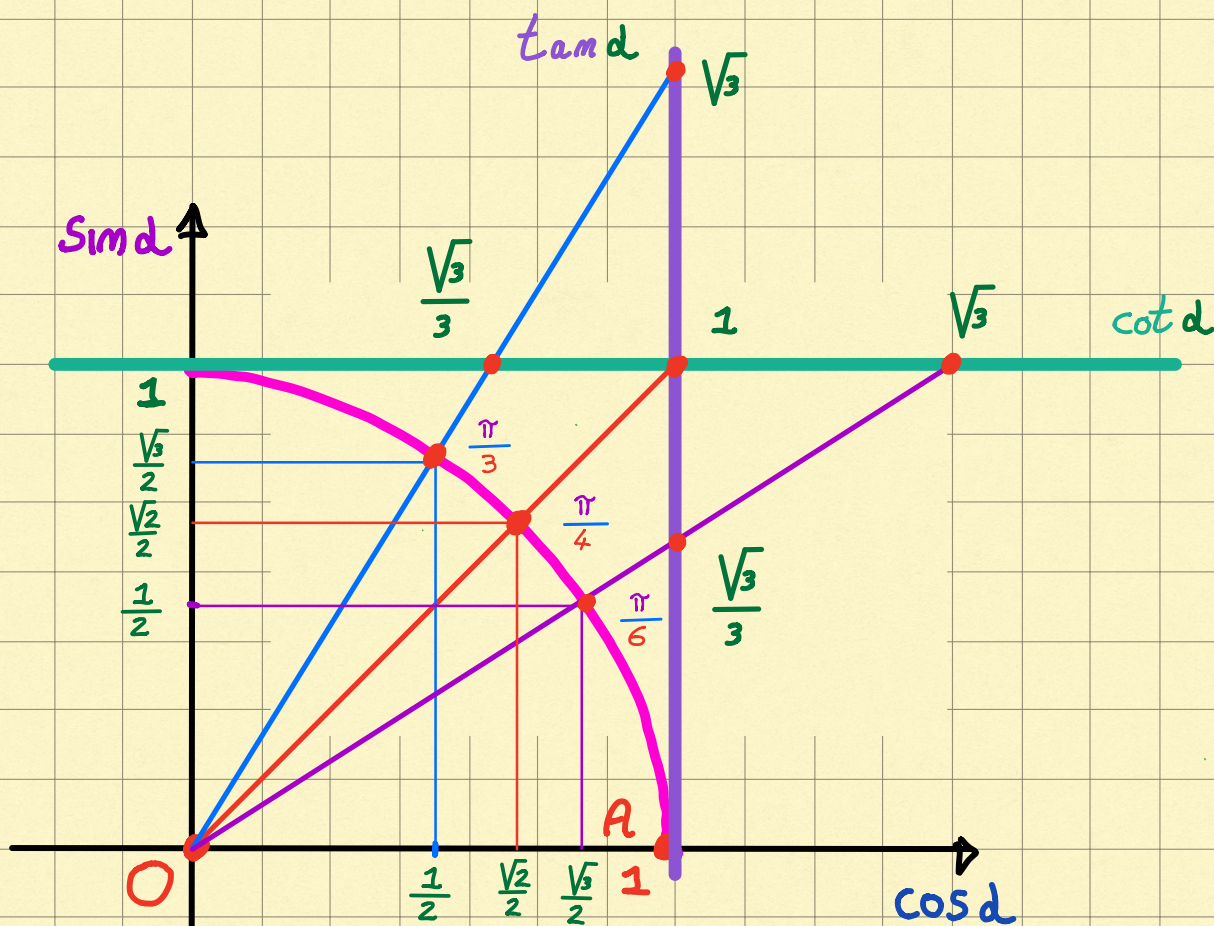
$$\frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\sin d \quad \cos d$

$$\frac{\pi}{6} \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad 1 \quad \sqrt{3}$$

$\tan d \quad \cot d$



GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

RICAVARE IL VALORE DELLE FUNZIONI GONIOMETRICHE RIMANENTI, CONOSCENDO UNA DI ESSE

ESEMPIO 1 (CONOSCENDO $\sin d$)

SAPENDO CHE: $\sin d = \frac{1}{5}$ $\frac{\pi}{2} \leq d \leq \pi$

DETERMINARE:

$\cos d = ?$ $\tan d = ?$ $\cot d = ?$ $\sec d = ?$

UTILIZZANDO LE RELAZIONI FONDAMENTALI:

$$\cos d = -\sqrt{1 - \sin^2 d} = -\sqrt{1 - \frac{1}{25}} = -\sqrt{\frac{24}{25}} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

π quadrante

$$\tan d = \frac{\sin d}{\cos d} = \frac{\frac{1}{5}}{-\frac{2\sqrt{6}}{5}} = -\frac{1}{2\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$\cot d = \frac{1}{\tan d} = -2\sqrt{6}$$

$$\sec d = \frac{1}{\cos d} = -\frac{1}{\frac{2\sqrt{6}}{5}} = -\frac{5}{2\sqrt{6}} = -\frac{5\sqrt{6}}{12}$$

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

ESEMPIO 1 (CONOSCENDO $\tan d$)

SAPENDO CHE: $\tan d = -\sqrt{5}$ $\frac{3}{2}\pi \leq d \leq 2\pi$

DETERMINARE:

$\cos d = ?$ $\sin d = ?$ $\cot d = ?$ $\sec d = ?$ $\operatorname{coSec} d = ?$

UTILIZZANDO LE RELAZIONI FONDAMENTALI:

$$\sin^2 d + \cos^2 d = 1$$

DIVIDENDO PER $\cos^2 d$

$$\frac{\sin^2 d}{\cos^2 d} + \frac{\cos^2 d}{\cos^2 d} = \frac{1}{\cos^2 d}$$

$$\tan d = \frac{\sin d}{\cos d}$$

QUARTA RELAZIONE FONDAMENTALE

$$\tan^2 d + 1 = \frac{1}{\cos^2 d}$$

FORMULA INVERSA

$$\cos^2 d = \frac{1}{\tan^2 d + 1}$$

$$\cos d = \pm \frac{1}{\sqrt{\tan^2 d + 1}}$$

to be continued..

ESEMPIO 3 (CONOSCENDO $\cot d$)

SAPENDO CHE: $\cot d = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\frac{\pi}{2} \leq d \leq \pi$

DETERMINARE:

$\cos d = ?$ $\sin d = ?$ $\tan d = ?$ $\sec d = ?$ $\operatorname{co} \sec d = ?$