GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

1) NON OMOGENEE:

$\overline{2}$

$$\boxed{a \sin x + b \cos x + c \gtrless 0}$$

EX. $\sin x - \cos x + 1 \leq 0$

FORMULE PARAMETRICHE

$\operatorname{sen} x = \dfrac{2t}{1+t^2}$

$\cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

$t = \tan \dfrac{x}{2}$

$x \neq \pi + 2k\pi$

$$\frac{2t}{1+t^2} - \frac{1-t^2}{1+t^2} + 1 \leq 0$$

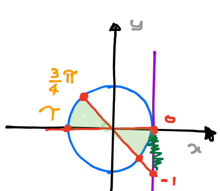
$$\frac{2t - \cancel{1} + t^2 + \cancel{1} + t^2}{1+t^2} \leq 0$$

$+$

$\cancel{2}t^2 + \cancel{2}t \leq 0 \qquad t \cdot (t+1) = 0 \quad t = -1, \quad t = 0$

$-1 \leq t \leq 0 \qquad t = \tan \dfrac{x}{2}$

$-1 \leq \tan \dfrac{x}{2} \leq 0$

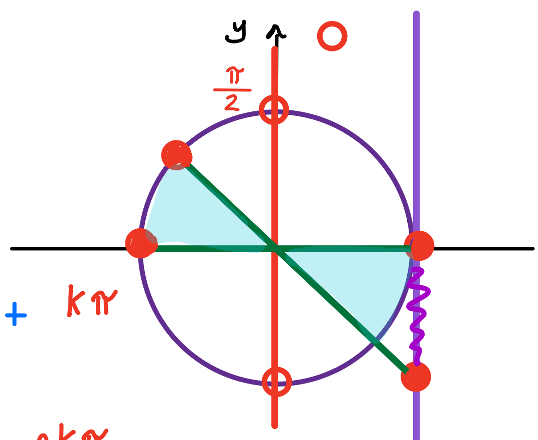


$\frac{3}{4}\pi + k\pi \leq \frac{x}{2} \leq \pi + k\pi$

S: $\frac{3}{2}\pi + 2k\pi \leq x \leq 2\pi + 2k\pi$

$$-\frac{\pi}{4} + k\pi \leq \frac{x}{2} \leq 0 + k\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x \leq 0 + 2k\pi$$



$\frac{3}{2}\pi - \frac{\pi}{2}$

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

EX 2 $\sin x + \cos x - 1 > 0$ METODO GEOMETRICO

$$\begin{cases} \sin x = Y \\ \cos x = X \end{cases}$$

EQ. ASS.

$$\sin x + \cos x - 1 = 0$$

$$\begin{cases} Y + X - 1 = 0 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases}$$

SI TROVA L'INTERSEZ. TRA LA RETTA E LA CIRCONFERENZA

$$\begin{cases} Y = 1 - X \\ X^2 + \cancel{1} - 2X + X^2 = \cancel{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} * \\ \cancel{2}X^2 - \cancel{2}X = 0 \end{cases} \qquad X(X-1) = 0 \quad \begin{cases} X = 0 \\ X = 1 \end{cases}$$

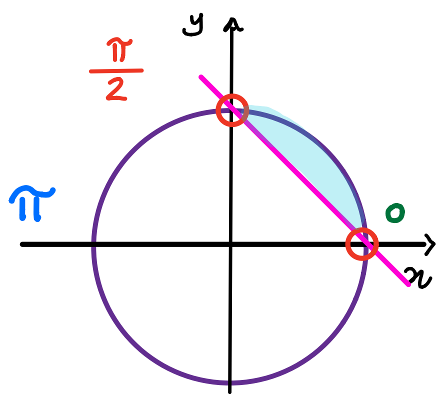
$$A \begin{cases} X = 0 \\ Y = 1 \end{cases} \quad \cup \quad B \begin{cases} X = 1 \\ Y = 0 \end{cases}$$

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

$$A\begin{cases} X = 0 \\ Y = 1 \end{cases} \cup \quad B\begin{cases} X = 1 \\ Y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \cup \quad \begin{cases} \cos x = 1 \\ \sin x = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \qquad\qquad x = 0$$



VERIFICA ... PER VERIFICARE IN QUALE DELLE 2 "ZONE" È VERIFICATA LA DISEQUAZIONE

SCELGO PERCHÈ È UN ANGOLO SEMPLICE E NON COINCIDE CON I VALORI INDIVIDUATI

$x = \pi$ $\quad \sin\pi + \cos\pi - 1 > 0$?

$0 - 1 - 1 > 0$ NO

QUINDI ... LA SOLUZIONE È DALLA PARTE OPPOSTA A π

$$S:\ 0 + 2k\pi \le x \le \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI
METODO DELL'ANGOLO AGGIUNTO

$$a \sin x + b \cos x + c \gtrless 0$$

SI DIVIDE TUTTO PER $\sqrt{a^2+b^2}$

EX.

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x + \sqrt{3} < 0$$

$$\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{3+1} = 2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\cos \frac{\pi}{6}$ $\sin \frac{\pi}{6}$

$$\sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{6} < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

FORMULE DI ADDIZIONE SE CO CO SE

$$\text{sen}(\alpha+\beta) = \text{SEN}\,\alpha \cdot \text{COS}\,\beta + \text{COS}\,\alpha \cdot \text{SEN}\,\beta$$

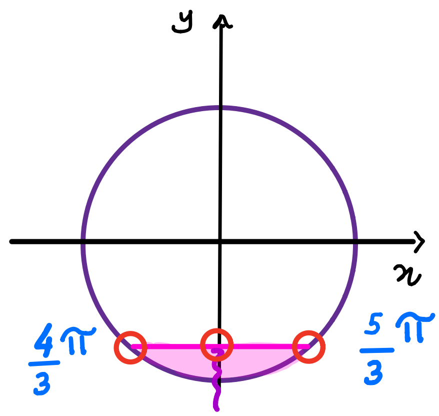
DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

$$\sin x \cos\frac{\pi}{6} + \cos x \cdot \sin\frac{\pi}{6} < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

FORMULE DI ADDIZIONE SE CO CO SE

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\frac{4}{3}\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{7}{6}\pi$$

$$\frac{5}{3}\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{9}{6}\pi = \frac{3}{2}\pi$$

$$\frac{4}{3}\pi + 2k\pi < x + \frac{\pi}{6} < \frac{5}{3}\pi + 2k\pi$$

$$S: \frac{7}{6}\pi + 2k\pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$$

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

OMOGENEE $\boxed{a\sin x + b\cos x \gtrless 0}$

EX 1 $\sin x - \sqrt{3}\cos x \leq 0$

METODO "DOVE TUTTO E DOVE NIENTE"

SI DIVIDE PER $\cos x \neq 0$ DISTINGUENDO 2 CASI

$$1\ \begin{cases} \cos x > 0 \\ \underbrace{\dfrac{\sin x}{\cos x}}_{\tan x} - \sqrt{3}\,\dfrac{\cancel{\cos x}}{\cancel{\cos x}} \leq 0 \end{cases} \cup \ 2\ \begin{cases} \cos x < 0 \\ \tan x - \sqrt{3} \geq 0 \end{cases}$$

SI CAMBIA IL VERSO

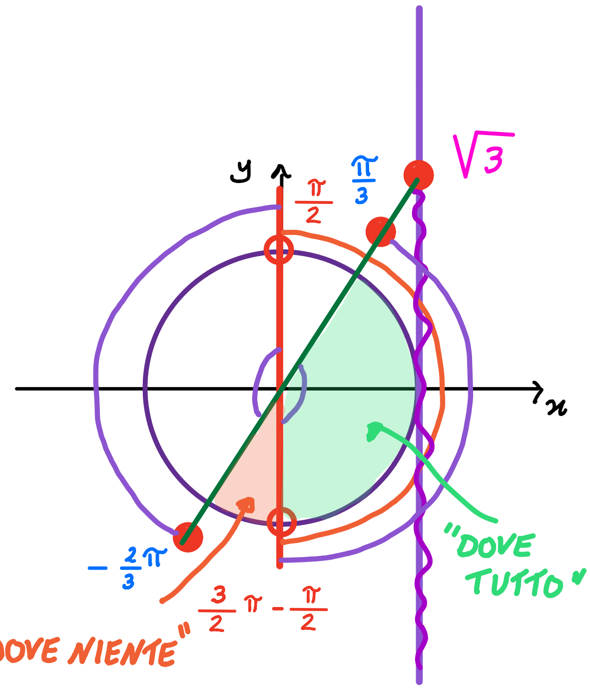
$$1\ \begin{cases} \cos x > 0 \\ \tan x \leq \sqrt{3} \end{cases} \cup \ 2\ \begin{cases} \cos x < 0 \\ \tan x \geq \sqrt{3} \end{cases}$$

I 2 SISTEMI SONO OPPOSTI, PERTANTO BASTERÀ RISOLVERE IL PRIMO E PRENDERE COME SOLUZIONE "DOVE TUTTO E DOVE NIENTE"

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

1 $\begin{cases} \cos x > 0 \\ \tan x \leq \sqrt{3} \end{cases}$

"DOVE SONO TUTTE VERE, E DOVE TUTTE FALSE"



VERIFICA $\quad x = -\frac{\pi}{2}$

$$\sin x - \sqrt{3}\cos x \leq 0 \rightsquigarrow$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{3}\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \leq 0 \rightsquigarrow -1 - 0 \leq 0 \; ? \; \text{SI}$$

QUINDI ... LA SOLUZIONE INCLUDE $-\frac{\pi}{2}$

$$S: -\frac{2}{3}\pi + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI OMOGENEE

EX. $\sin x - \sqrt{3}\cos x \leq 0$ METODO GEOMETRICO

$$\begin{cases} \sin x = Y \\ \cos x = X \end{cases}$$

$$\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$$

$$\begin{cases} X - \sqrt{3}\,Y = 0 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases}$$

RIPROVACI CON IL METODO GEOMETRICO

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE

OMOGENEE DI 2° GRADO

$$a\sin^2 x + b\cos^2 x + c\sin x\cos x + d \gtrless 0$$

$$d = d\cdot 1 = d\cdot\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)$$

DIVENTA OMOGENEA DI 2° GRADO
SI DIVIDE PER $\cos^2 x > 0$ E SI RISOLVE UNA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO IN $\tan x$.

EX. $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x\cos x - \cos^2 x \geq 2$

$$2 = 2\cdot 1 = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$$

$$\cancel{2\sin^2 x} + \sqrt{3}\sin x\cos x - \cos^2 x - \cancel{2\sin^2 x} - 2\cos^2 x \geq 0$$

$$\sqrt{3}\,\frac{\sin x\,\cancel{\cos x}}{\cancel{\cos^2} x} - 3\,\frac{\cancel{\cos^2 x}}{\cancel{\cos^2 x}} \geq 0$$

DIVIDO PER $\cos^2 x > 0$

$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

(ALLA FINE SI VERIFICA)

$$\sqrt{3}\tan x \geq 3 \implies$$

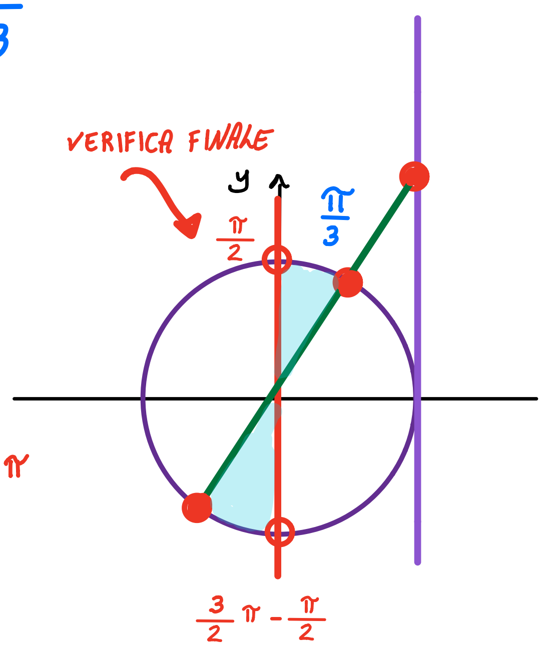
DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

$\sqrt{3}\tan x \geq 3 \implies$

$$\tan x \geq \frac{3}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$\implies \tan x \geq \sqrt{3}$

VERIFICA FINALE



VERIFICA

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\underbrace{2\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+k\pi\right)}_{1} + \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}+k\pi\right)\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}+k\pi\right)}_{0} - \underbrace{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+k\pi\right)}_{0} \geq 2$$

$2 + 0 - 0 \geq 2$? SI

$$\frac{\pi}{3} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

GONIOMAGIA A COLORI PER TUTTI

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE LINEARI

PROVACI TU.. CON TUTTI I METODI

1. $\sin x - \cos x + 1 \leq 0$

2. $\cos x - \sin x + 1 > 0$

3. $\sin x + \cos x + 1 < 0$

4. $\sin x + \cos x - 1 \leq 0$

5. $\sin x - \cos x > 0$

6. $(\sqrt{2} - 1)\sin x + \cos x \leq 0$

7. $\sqrt{3}\sin x - 3\cos x \geq 0$

8. $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x - \cos^2 x > \frac{1}{2}$

9. $5\sin^2 x - 8\sqrt{3}\sin x \cos x + 12\cos^2 x < 8$

10. $(2+\sqrt{2})\sin^2 x + (2-\sqrt{2})\cos^2 x + 2\sqrt{2}\sin x \cos x > 2$