## COME NASCE UN LOGARITMO

CONSIDERIAMO LE SEGUENTI EQUAZIONI ESPONENZIALI

$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

$3^x = 9 \Rightarrow x = 2$

$2^x = 3$ ?

A CHI DEVO ELEVARE 2 PER OTTENERE 3?

È NECESSARIO INTRODURRE UN NUOVO OPERATORE MATEMATICO: $\log_2 3$

CHIAMEREMO **LOGARITMO** IN BASE 2 DI ARGOMENTO 3

L'ESPONENTE A CUI DOBBIAMO ELEVARE LA BASE 2 PER OTTENERE L'ARGOMENTO 3

$$2^x = 3 \Rightarrow x = \log_2 3$$

# COME SI DEFINISCE UN LOGARITMO

$$\log_a b = c$$

$a$ BASE

$b$ ARGOMENTO

## DEFINIAMO LOGARITMO IN BASE $a$ DI ARGOMENTO $b$

L'ESPONENTE $c$ A CUI DOBBIAMO ELEVARE LA BASE $a$ PER OTTENERE L'ARGOMENTO $b$

$$\boxed{\log_a b = c \iff a^c = b}$$

$$\boxed{a > 0 \wedge a \neq 1}$$

INFATTI: $(-1)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{-1}$ NON ESISTE IN $\mathbb{R}$

$(0)^{-1} = \frac{1}{0}$ NON ESISTE

$(1)^c = 1$ CASO BANALE

$$\boxed{b > 0}$$

UNA POTENZA A BASE POSITIVA È SEMPRE POSITIVA $a^c > 0$

## COME SI CALCOLA UN LOGARITMO

- **USANDO LA DEFINIZIONE:**

$\log_2 4 = 2$ INFATTI $2^2 = 4$

$\log_2 \frac{1}{8} = -3$ INFATTI $2^{-3} = \frac{1}{8}$

$\log_2 \sqrt[3]{4} = \frac{2}{3}$ INFATTI $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2}$

$$\boxed{\log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0}$$

$\log_2 2 = 1$

$\log_2 1 = 0$

- **USANDO UNA PROPRIETÀ**

$$\boxed{\log_{a^m} a^n = \frac{n}{m}}$$

$\log_4 2 = \log_{2^2} 2^1 = \frac{1}{2}$

$\log_{16} 32 = \log_{2^4} 2^5 = \frac{5}{4}$

## COME SI OPERA CON I LOGARITMI

- **SOMMA** $\boxed{\log_a b + \log_a c = \log_a b \cdot c}$

- **DIFFERENZA** $\boxed{\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}}$

- **PRODOTTO** $\boxed{m \cdot \log_a b = \log_a b^m}$

- **RAPPORTO** (CAMBIAMENTO DI BASE) $\boxed{\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b}$

$$\log_{10} 5 + \log_{10} 2 = \log_{10} \overset{5 \cdot 2}{\overset{\downarrow}{10}} = 1$$

$$\log_{10} 20 - \log_{10} 2 = \log_{10} \overset{\frac{20}{2}}{\overset{\downarrow}{10}} = 1$$

$$2 \log_5 3 = \log_5 3^2 = \log_5 9$$

$$\frac{\log_5 3}{\log_5 2} = \log_2 3$$

# LOGARITMI "FAMOSI"

- DECIMALI (BASE 10)

$$\boxed{\log_{10} b = \log b}$$

$\log 1 = 0$ $\qquad \log \frac{1}{10} = -1$

$\log 10 = 1$ $\qquad \log \sqrt{10} = \frac{1}{2}$

$\log 100 = 2$ $\qquad \log \frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{1}{2}$

- NEPERIANI (BASE e)

$$\boxed{\log_{e} b = \ln b}$$

$e = 2{,}718\ldots$

$\ln 1 = 0$ $\qquad \ln \frac{1}{e} = -1$

$\ln e = 1$ $\qquad \ln \sqrt{e} = \frac{1}{2}$

$\ln e^2 = 2$ $\qquad \ln \frac{1}{\sqrt{e}} = -\frac{1}{2}$