PREMESSA: COME NASCE UN LOGARITMO?

$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

$3^x = 9 \Rightarrow x = 2$

$2^x = 3$?

A CHI DEVO ELEVARE 2 PER OTTENERE 3?

ENTRA IN GIOCO LA
DEFINIZIONE DI LOGARITMO

$a^x = b \quad (\text{CON } a > 0 \wedge a \neq 1 \quad b > 0)$

$x = \log_a b$ a BASE, b ARGOMENTO

OVVERO: IL LOGARITMO BASE a DI b (ARGOMENTO) È L'ESPONENTE (x) A CUI DEVO ELEVARE BASE a PER OTTENERE L'ARGOMENTO b.

EX. $2^x = 3 \implies x = \log_2 3$

EX $5^x = 3 \implies x = \log_5 3$

EX $3^{2x} = 7 \implies 2x = \log_3 7$

$\implies x = \frac{1}{2} \log_3 7$

ATTENZIONE

1. $\log_a 1 = 0$ $\qquad a^0 = 1$

2. $\log_a 0 = \nexists$ $\qquad a > 0$

CALCOLO DI LOGARITMI

1) $\log_2 8 = 3$ PERCHE' $2^3 = 8$

2) $\log_5 \frac{1}{25} = -2$ $\qquad 5^{-2} = \frac{1}{25}$

3) $\log_7 \sqrt[3]{49} = \frac{2}{3}$ $\qquad 7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{49}$

4) $\log_{\frac{1}{2}} 1024 = -10$ $\qquad \left(\frac{1}{2}\right)^{-10} = 1024$

5) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{81} = x$ $\qquad \left(\frac{1}{3}\right)^{x} \quad \sqrt[5]{81}$

$$3^{-x} = 3^{4/5}$$

$$x = -\frac{4}{5}$$

6) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt[6]{32}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{32}}$

$$\frac{1}{\sqrt[6]{32}} = \frac{1}{2^{\frac{5}{6}}}$$

I PIÙ DIFFICILI SI POSSONO TROVARE USANDO LE EQUAZIONI ESPONENZIALI

7) $\log_{\frac{1}{9}} \sqrt[2]{27} = x \implies \left(\frac{1}{9}\right)^{x} = \sqrt[2]{27}$

$3^{-2x} = 3^{\frac{3}{2}} \implies -2x = \frac{3}{2}$

$\implies x = -\frac{3}{4}$

8) $\log_{0,1} 0,01 = 2$ $\qquad (0,1)^{2} = 0,01$

TRAMITE EQUAZIONE:

$(0,1)^{x} = 0,01 \implies 10^{-x} = 10^{-2}$

$\implies x = 2$

9) $\log_2 \sqrt[2]{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

$2^{x} = 2^{\frac{1}{2}}$

ADESSO PROVACI TU...

1. $\log_{\frac{1}{2}} 4 =$ -2

2. $\log_{3} \frac{1}{27} =$ -3

3. $\log_{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = \log_{2} 2^{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}$

4. $\log_{3} \sqrt[2]{27} =$ $\frac{3}{2}$

5. $\log_{\frac{1}{5}} 0,008$ 3

6. $\log_{\frac{1}{2}} 0,25$ 2

7. $\log_{\frac{1}{5}} 0,00032$ 5

CURIOSITÀ...

$$\log_{\frac{1}{5}} 0{,}00032 = \ ?$$

PRIMO METODO:

$$0{,}00032 = \frac{\cancel{32}^{\,8}}{\cancel{100.000}_{\,25.000}} =$$

$$= \frac{\cancel{8}^{\,4}}{\cancel{25.000}_{\,12.500}} = \frac{4}{12.500} = \frac{1}{3.125}$$

$$5^4 = 625 \qquad 5^5 = 3.125$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^5 = 5$$

2° METODO

$$\log_{\frac{1}{5}} 0{,}00032 = \ ?$$

$\frac{1}{5} = 0{,}2$ 1 CIFRA DECIMALE

$0{,}00032 = (0{,}2)^5$ 5×1 CIFRE DECIMALI

$\Rightarrow \log_{0{,}2} 0{,}00032 = 5$

PROVACI ANCORA TU ...

8. $\log_{\frac{25}{4}} \sqrt{\frac{125}{8}}$

9. $\log_{\sqrt{\frac{2}{3}}} \sqrt[5]{\frac{27}{8}}$

10. $\log_{\sqrt{\frac{3}{2}}} \sqrt[4]{\frac{8}{27}}$

EQUAZIONI LOGARITMICHE RISOLVIBILI CON LA DEFINIZIONE DI LOGARITMO

PRIMO TIPO: x AD ARGOMENTO

EX. $\log_2 x = 2$ ESPONENTE BASE $\Longrightarrow$

$x = 2^2$

EX. 2 $\log_9 x = \frac{1}{2}$ $\Longrightarrow$

$x = 9^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt[2]{9^1} = 3$

FACILISSIMO!!

PROVACI SUBITO TU!!!

1. $\log_{\frac{3}{2}} x = -2$

SECONDO TIPO: x ALLA BASE

(ATTENZIONE ALLA CONDIZIONE: $x>0$)

EX. 1

$$\log_x 9 = 2$$

$$x^2 = 9 \implies x = \pm 3$$

$x>0$ (BASE)

MA $x=3$

EX. 2

$$\log_x 27 = -3 \qquad x^{-3} = 27 \implies$$

$$\implies x^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \implies x = \frac{1}{3}$$

SI PUÒ PROVARE AD UGUAGLIARE GLI ESPONENTI

EX 3

$$\log_x \frac{4}{9} = -2$$

$$\implies x^{-2} = \frac{4}{9} \implies x^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \longrightarrow x = \frac{3}{2}$$

EX

$$\log_x 1024 = 5 \implies$$

$$x^5 = 1024$$

$$\downarrow$$

$$2^{10} = 2^{2 \cdot 5} =$$

$$x^5 = 4^5$$

$$x = 4$$

Ex.

$$\log_x 1024 = -\frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$x^{-\frac{5}{3}} = 2^{10}$$

$$\left(x^{-\frac{5}{3}}\right)^{-\frac{3}{5}} = \left(2^{10}\right)^{-\frac{3}{5}}$$

$$x = 2^{-\frac{3}{5}\,10}$$

$$x = -6$$